



**Provas Especialmente Adequadas Destinadas a Avaliar a Capacidade
para a Frequência dos Cursos Superiores do Instituto Politécnico de
Leiria dos Maiores de 23 Anos - 2010**

**Prova escrita de conhecimentos específicos
de MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS
SOCIAIS**

Instruções gerais

1. A prova é constituída por 2 grupos de questões sendo o primeiro grupo de escolha múltipla e o segundo de resposta aberta (mais informações nas páginas 1 e 2 do enunciado);
2. A duração da prova é de 2 horas, estando prevista uma tolerância de 30 minutos;
3. Só pode utilizar para elaboração das suas respostas e para efectuar os rascunhos as folhas distribuídas pelo docente vigilante, salvo se previsto outro procedimento;
4. Não utilize qualquer tipo de corrector. Se necessário risque ou peça uma troca de folha;
5. Não é autorizada a utilização de quaisquer ferramentas de natureza electrónica (telemóvel, pda, computador portátil, leitores/gravadores digitais de qualquer natureza ou outros não especificados), excepto máquina de calcular para realizar cálculos e obter representações gráficas de funções;
6. Deverá disponibilizar ao docente que está a vigiar a sala, sempre que solicitado, um documento válido de identificação (bilhete de identidade, carta de condução ou passaporte).

Leiria, 5 de Junho de 2010

- **Identifique claramente os grupos e as questões que responde.**
- A prova inclui um **formulário** na **página 8**.
- As **cotações** da prova encontram-se na **página 9**.

Grupo I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada questão, são indicadas quatro alternativas de resposta, designadas por (A), (B), (C) e (D) das quais apenas uma está correcta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas a letra** correspondente à alternativa que seleccionar para responder a cada questão.
- Se apresentar mais que uma letra ou esta for ilegível, a questão será anulada.
- As respostas incorrectas terão cotação nula.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Considere as seguintes afirmações.

- I - Uma função é uma correspondência entre dois conjuntos A e B , em que a todo o elemento do conjunto A corresponde pelo menos um elemento do conjunto B .
- II - Uma função diz-se monótona num intervalo do domínio se for crescente ou decrescente nesse intervalo.
- III - Uma função diz-se injectiva num intervalo do seu domínio quando, para quaisquer dois objectos diferentes desse intervalo obtemos imagens diferentes.

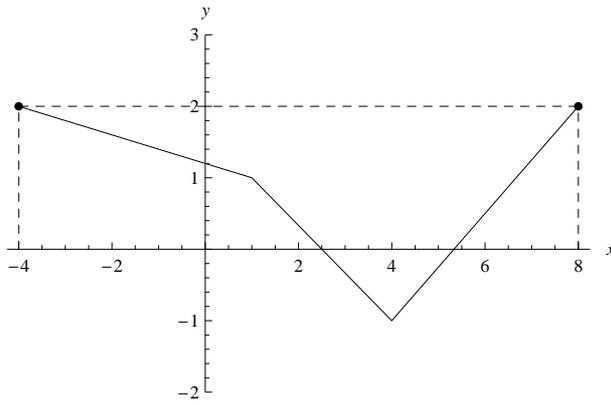
Qual das seguintes alternativas é a correcta?

- (A) I,II são verdadeiras e III é falsa;
- (B) II,III são verdadeiras e I é falsa;
- (C) II é verdadeira e I,III são falsas;
- (D) III é verdadeira e II,III são falsas.

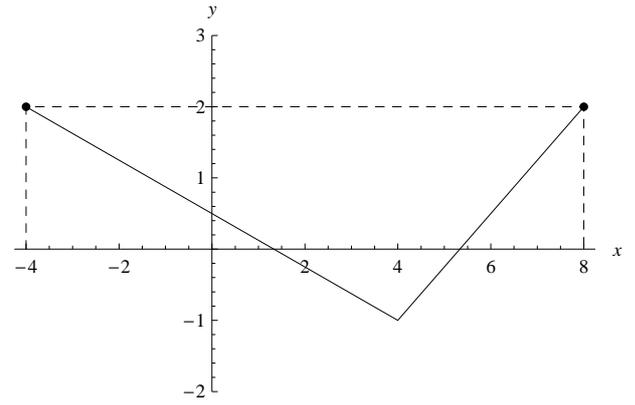
2. Considere a seguinte tabela de variação de uma função $y = f(x)$.

x	-4		1		4		8
y	2	\searrow	1	\searrow	-1	\nearrow	2

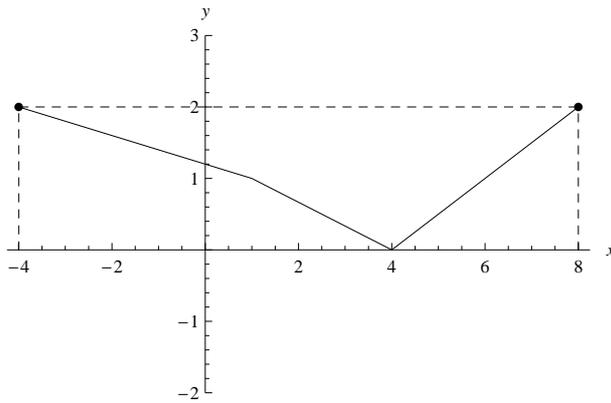
O gráfico da função f pode ser:



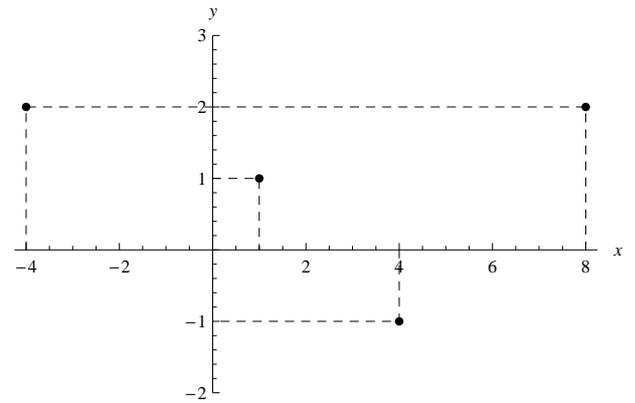
(A)



(B)



(C)



(D)

3. Sendo

$$M = 4x + 1, N = \frac{1}{2}x^2 + ax + b \text{ e } P = (x - 1)^2 + 4,$$

indique os valores de a e b de modo a que

$$3M + 2N = P.$$

(A) $a = -5$ e $b = 1$;

(B) $a = -7$ e $b = -4$;

(C) $a = -5$ e $b = 4$;

(D) $a = -7$ e $b = 1$.

(b) Analisando a tabela de frequências pode-se concluir que:

- (A) não existem alunos casados;
- (B) mais de 50% dos inquiridos tem um agregado familiar com menos de 4 elementos;
- (C) os agregados familiares com 5 ou mais elementos representam menos de 10% das observações;
- (D) a amplitude interquartil é igual a 6.

(c) A percentagem de indivíduos cuja dimensão do agregado familiar se encontra no intervalo $[\bar{x} - s, \bar{x} + s]$ onde \bar{x} representa a média e s o desvio padrão é:

- | | |
|-----------|------------|
| (A) 16,9% | (B) 64% |
| (C) 47,1% | (D) 54,5%. |

Grupo II

- Nas questões deste grupo apresente **todos os cálculos** que efectuar e **todas as justificações** necessárias.
- Pode recorrer à sua máquina de calcular para efectuar cálculos e obter representações gráficas de funções.
- **Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exacto**.

1. Determine o conjunto solução da seguinte equação:

$$(x - 2)(x^2 - 5) = (8 - 4x)(2 - x).$$

2. Um operário fabril recebe um salário mensal fixo de 600 euros, mais 10 euros por cada hora extra efectuada.

- (a) Determine uma expressão que relacione o salário em função da quantidade de horas extras efectudas num mês.
- (b) Indique o domínio e o contradomínio da função obtida na alínea anterior.
- (c) Sabendo que o número máximo permitido de horas extras num mês é 30, esboce o gráfico da função obtida na alínea (a).

3. Suponha que um determinado produto, quando comercializado, apresenta as funções custo e receita dadas respectivamente por $C(q) = 3q + 90$ e $R(q) = 5q$, onde q é a quantidade comercializada que se supõe ser a mesma para o custo e receita.

- (a) Num mesmo sistema de eixos, esboce os gráficos da função custo e da função receita.
- (b) *Ponto crítico de vendas* é a denominação que se dá quando as receitas são iguais aos custos. Determine e indique graficamente o *ponto crítico de vendas*.
- (c) Obtenha a função lucro, L , esboce o seu gráfico e determine as quantidades necessárias para que o lucro seja negativo, nulo e positivo.

4. Uma empresa tem 35% dos seus funcionários com habilitação superior. Destes, 47% são homens. Em relação aos funcionários sem habilitação superior, sabe-se que 55% são mulheres.

- (a) Qual é a probabilidade de, ao selecionar aleatoriamente um funcionário desta empresa, este ser um homem com habilitação superior?
- (b) Qual é a probabilidade de, ao selecionar aleatoriamente um funcionário desta empresa, este ser uma mulher?
- (c) Qual é a probabilidade de, ao selecionar aleatoriamente uma mulher desta empresa, esta ter um curso superior?

5. Suponha que lança dois dados e conta o número de pintas obtidas em cada um deles.

- (a) Qual é a probabilidade do número de pintas obtido no 1º dado ser superior ao número de pintas obtido no 2º dado?
- (b) Suponha agora que lançou os dados 500 vezes, tendo-se em cada lançamento registrado o número total de pintas verificado. A tabela de frequências com os resultados obtidos encontra-se abaixo exposta.

Total de pintas	Frequência absoluta	Frequência relativa (em %)
2	5	1,0
3	23	4,6
4	38	7,6
5	59	11,8
6	82	16,4
7	87	17,4
8	77	15,4
9	61	12,2
10	41	8,2
11	20	4,0
12	7	1,4

- i. Represente graficamente as frequências relativas através de um diagrama de barras.
- ii. Calcule a amplitude interquartil.

FORMULÁRIO

Probabilidades

Definição Clássica

Seja A um acontecimento do universo Ω

$$P(A) = \frac{\text{"nº de casos favoráveis a A"}}{\text{"nº de casos possíveis"}}$$

Probabilidades

Sejam A e B acontecimentos do universo Ω

Condicionadas

$$P(A \cap B) = P(A|B) P(B)$$

Teorema da

Sejam A e B acontecimentos do universo Ω com $P(B) \neq 0$

Probabilidade Total

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$$

Teorema de Bayes

Sejam A e B acontecimentos do universo Ω com $P(A) \neq 0$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) P(B)}{P(A)}$$

Estatística Descritiva

Quadro de frequências

modalidades	frequência absoluta ordinária (n_i)	frequência relativa ordinária (f_i)
x_1	n_1	f_1
x_2	n_2	f_2
...
x_n	n_p	f_p
total	n	1

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^p n_i x_i}{n} = \sum_{i=1}^p f_i x_i$$

$$s = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} - \bar{x}^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^p \frac{n_i x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

$$q_r = \begin{cases} \frac{x_{(\frac{r \times n}{4})} + x_{(\frac{r \times n}{4} + 1)}}{2}, & \frac{r \times n}{4} \in \mathbb{N} \\ x_{(m)}, & \frac{r \times n}{4} \notin \mathbb{N} \end{cases}$$

onde m é o menor inteiro $> \frac{r \times n}{4}$

$$I_q = q_3 - q_1$$

Cotações

Grupo I	70
Cada resposta certa	10
Cada resposta errada, anulada ou não respondida	0
 Grupo II	 130
1.	20
2.	28
a.	10
b.	8
c.	10
3.	28
a.	10
b.	8
c.	10
4.	28
a.	10
b.	10
c.	8
5.	26
a.	8
b.i.	10
b.ii.	8