



XIII COLOQUIO DE ANÁLISIS, DISEÑO Y MONITOREO ESTRUCTURAL

Optimización estructural asistida por metamodelos: Aplicaciones

Metamodel-assisted structural design optimization: Applications

Iván A. Negrin Diaz¹, Moacir Kripka², Víctor Yepes¹

1- Universitat Politècnica de València, España. E-mail: ianegdia@doctor.upv.es

2- Universidade de Passo Fundo, Brasil. E-mail: mkripka@upf.br

3- Universitat Politècnica de València, España. E-mail: vyepesp@cst.upv.es

Resumen: Debido al creciente interés por mejorar la sostenibilidad del sector de las construcciones, la optimización del diseño estructural ha venido cobrando auge en los últimos tiempos. Una de las desventajas de estos procedimientos es el enorme consumo computacional que requieren. Sin embargo, la optimización asistida por metamodelos (MASDO por sus siglas en inglés) es una variante muy útil ya que permite acortar considerablemente los tiempos de cómputo manteniendo la precisión en los resultados de la optimización. En este trabajo se exponen las estrategias de MASDO más utilizadas en el ámbito de la ingeniería estructural, así como algunas aplicaciones prácticas.

Abstract: *Due to the growing interest in improving the sustainability of the building industry, structural design optimization has been gaining attention in recent times. One of the disadvantages of these procedures is the enormous computational consumption they require. However, metamodel-assisted optimization (MASDO) is a beneficial variant since it considerably shortens the computational time while maintaining the accuracy of the optimization results. This paper presents the MASDO strategies commonly used in the field of structural engineering, as well as some practical applications.*



Palabras Clave: Optimización estructural; Metamodelos; Simulaciones de alta fidelidad; Simulaciones de baja fidelidad; Kriging

Keywords: *Structural optimization; Metamodeling; High-fidelity simulations; Low-fidelity simulations; Kriging*

1. Introducción

Uno de los retos más importantes a los que se enfrentan los ingenieros y diseñadores de hoy en día es la obtención de estructuras óptimas acordes con los nuevos desafíos que plantea la problemática actual del cambio climático y la progresiva escasez de los recursos existentes. Es bien sabido que el sector de la construcción tiene un impacto significativo en el medio ambiente debido al elevado consumo de recursos naturales a través de la extracción de materiales, el uso de energía, las emisiones nocivas y la generación de residuos. Por este motivo, el impacto ambiental y el consumo de recursos pueden reducirse mediante la incorporación de nuevos materiales de construcción y el reciclaje, pero también mediante un uso más eficiente de los mismos gracias a la optimización del diseño estructural de las construcciones. Sin embargo, estos procedimientos de optimización suelen ser muy costosos desde el punto de vista computacional (Negrin et al, 2023a).

Aunque la disponibilidad computacional ha proliferado en los últimos años, los modelos de los fenómenos reales son cada vez más precisos y, en consecuencia, más complejos. La mayoría de los problemas de ingeniería, normalmente representados por ecuaciones diferenciales parciales o integrales, deben resolverse con métodos numéricos precisos y costosos, por ejemplo, el análisis estructural por elementos finitos (FEA por sus siglas en inglés), en el que la evaluación de una sola función suele requerir un tiempo considerable (Filomeno-Coelho, 2013). Los problemas de optimización habituales implican miles de evaluaciones de una sola función, y si se tienen en cuenta aspectos como la optimización de problemas reales complejos, el problema se puede volver casi prohibitivo.

Por este motivo, la optimización asistida por metamodelos (MASDO) ha surgido como una valiosa metodología para tratar estos complejos problemas de optimización en ingeniería. La metodología más directa consiste en crear un grupo de vectores de diseño



pertenecientes al espacio de soluciones, para los que se llevan a cabo simulaciones de alta fidelidad (o modelos basados en la física) (véase la Fig. 1(a)). A continuación, se construyen modelos de regresión o interpolación (también denominados metamodelos o modelos sustitutos), que pueden analizarse mediante, por ejemplo, algoritmos de optimización. Así, en su forma más básica, los metamodelos son funciones de caja negra que relacionan variables de entrada x con una salida $Y(x)$, permitiendo evaluaciones sencillas de $Y(x)$ en función de los valores de x (véase la Fig. 1(b)) (Texeira et al, 2020).

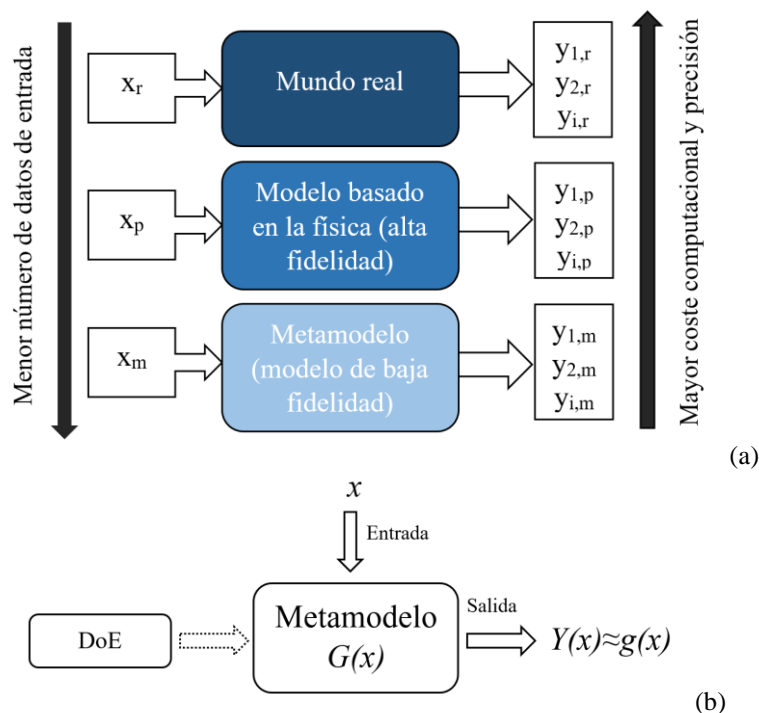


Figura 1. Conceptos relacionados con el uso de metamodelos, (a) relación entre precisión y coste computacional para diferentes enfoques de la modelación (adaptado de Roman et al. (2020)) y (b) descripción genérica de un metamodelo como una función de caja negra (adaptado de Texeira et al. (2020)).

En este trabajo se describen las características fundamentales de los metamodelos más utilizados en la optimización de estructuras en el ámbito de la ingeniería civil. También se exponen varias aplicaciones prácticas y se demuestran las ventajas de incorporar estas metodologías a la optimización heurística tradicional.

2. Metodología

La construcción de un metamodelo consta de tres partes principales: (1) obtención de los puntos de muestreo iniciales dentro del espacio de diseño (DoE), (2) elección de la técnica del metamodelo para construir el modelo matemático aproximado, y (3) elección



del modelo de ajuste o aproximación para validar la estrategia propuesta (Penadés-Plà et al, 2019). Existen varias alternativas para llevar a cabo estos pasos. Basándose en la revisión de la bibliografía realizada por Negrin et al. (2023a), la Fig. 2 muestra las principales estrategias utilizadas para incorporar metamodelos en la optimización del diseño estructural.

Diseño de experimentos (DoE)	Metamodelo	Modelo de ajuste
<ul style="list-style-type: none">• Diseño factorial completo• Diseño factorial fraccional• Diseño compuesto central• Matrices ortogonales• Muestreo Hiper cubo Latino• Secuencia de baja discrepancia• Selección aleatoria	<ul style="list-style-type: none">• Superficie de respuesta• Kriging• Regresión por vectores de apoyo• Función de base radial• Redes neuronales• Híbridos	<ul style="list-style-type: none">• Regresión por mínimos cuadrados• Mejor predictor lineal• Log-likelihood (probabilidad logarítmica)• Retropropagación

Figura 2. Técnicas clásicas de metamodelos utilizados habitualmente en MASDO (Negrin et al. 2023a)

2.1 Visión general de los metamodelos

El DoE permite seleccionar de la mejor manera posible las coordenadas de los puntos iniciales de los datos de entrada. Es aconsejable minimizar la cantidad de estos puntos para reducir el esfuerzo experimental. La ubicación de estos puntos debe permitir recoger información sustancial sobre el sistema analizado. En la Fig. 2 se pueden apreciar los métodos más utilizados en la ingeniería estructural.

Tras seleccionar un DoE adecuado y realizar las correspondientes simulaciones de alta fidelidad (HFS), el siguiente paso consiste en la selección del metamodelo y de la estrategia de ajuste (Simpson et al., 2001). Existen varias técnicas de metamodelos, pero las más predominantes en la literatura sobre MASDO son: Metodología de Superficie de Respuesta, Kriging, Regresión de Vectores de Soporte, Función de Base Radial y Redes Neuronales (Negrin et al., 2023a).

Como se ha dicho, un metamodelo es un modelo aproximado que implica relaciones complejas de entrada-salida presentadas por otro modelo más complejo. Además, su formulación puede expresarse en una forma analítica sencilla, y su aplicación es mucho más fácil de implementar. En consecuencia, los metamodelos se han hecho cada vez más populares en la optimización estructural debido a su excelente rendimiento en la realización de investigaciones que implican muchas simulaciones, como la consideración de la incertidumbre en el diseño o la optimización de problemas de la vida real. El proceso general de optimización del diseño estructural asistido por



metamodelos se representa en la Fig. 3 y consta de los siguientes pasos (Filomeno-Coelho et al., 2015):

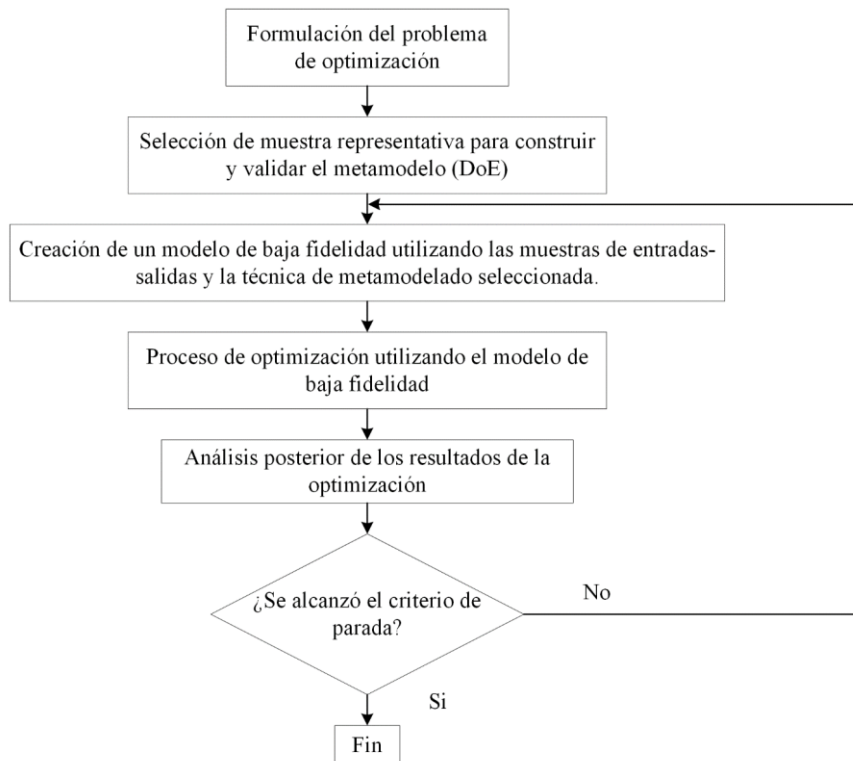


Figura 3. Diagrama de flujo general de la optimización del diseño estructural asistida por metamodelos (Negrin et al. 2023a)

1. Formulación del problema: se formula el problema de optimización, es decir, se definen la(s) función(es) objetivo(s), las variables, las restricciones, pero también la estrategia de metamodelado que se utilizará (DoE, metamodelo y métodos de validación).
2. DoE: Se utiliza una estrategia predefinida para seleccionar los puntos de muestreo iniciales, que se evalúan mediante simulaciones de alta fidelidad. En la optimización del diseño estructural, la simulación suele realizarse mediante FEA.
3. Las características del problema de optimización a resolver determinan la selección del metamodelo a utilizar. En la optimización estructural, los más utilizados son Kriging, NN, RBF, RSM y SVR. También se pueden implementar hibridaciones para aumentar la precisión del metamodelo.
4. Una vez obtenido el modelo de baja fidelidad (sustituto), varias estrategias pueden optimizarlo. El uso de métodos basados en gradientes y metaheurísticos son los



enfoques más comunes. Si el proceso de optimización finaliza en este paso, se denomina optimización off-line.

- Los resultados de los nuevos diseños evaluados por las simulaciones de alta fidelidad se incorporan a la base de datos existente para mejorar la precisión del metamodelo. Este proceso depende de la DoE seleccionada y de los muestreos iniciales correspondientes. Si no se alcanza el criterio de parada, el proceso vuelve al paso 3.

2.2 Uso de metamodelos en la ingeniería estructural

La Fig. 4 muestra el comportamiento de las estrategias de MASDO más utilizadas en este siglo. Se puede apreciar como la técnica del hipercubo latino (LHS) es con distancia la más utilizada para realizar el DoE. Por otra parte, los metamodelos que más se construyen se basa en Kriging y Redes Neuronales (NN). Los basados en estrategias tipo Kriging han venido ganado auge en los últimos años debido a su versatilidad. Aunque las NN ofrecen predicciones más precisas, las estrategias basadas en Kriging son mucho más fáciles de construir. Es decir, el número de datos iniciales que requieren son mucho menor en comparación con las NN.

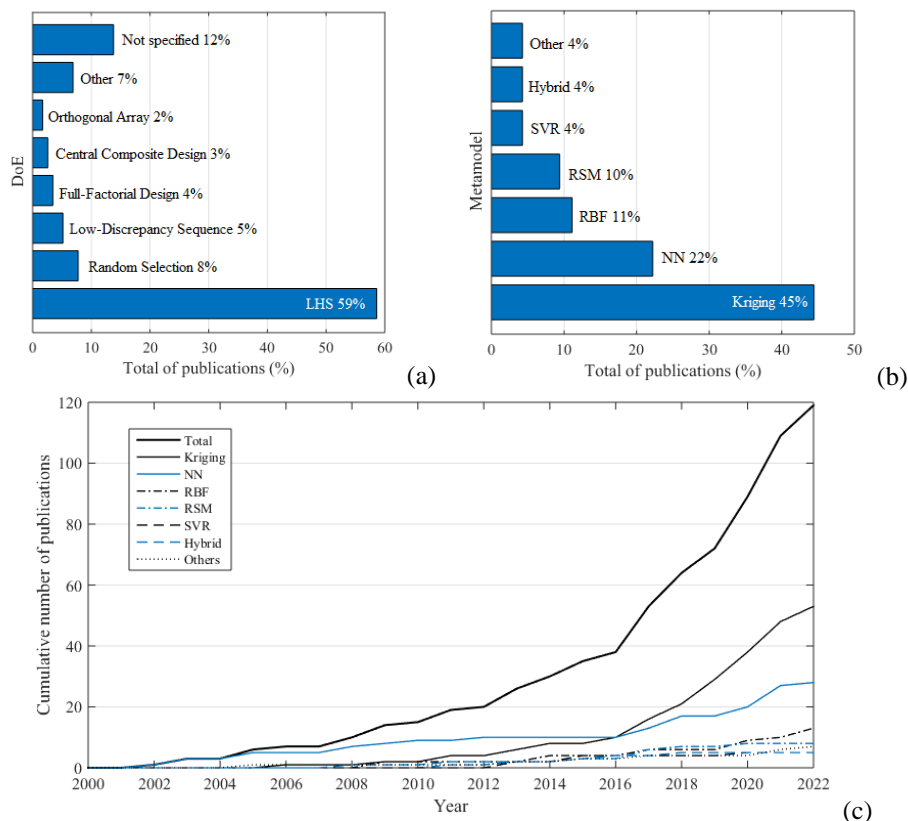


Figura 4. Distribución de las publicaciones en relación con (a) el DoE utilizado, (b) el metamodelo



utilizado, y (c) es la distribución acumulativa de las técnicas de metamodelos utilizadas a lo largo de este siglo (Negrin et al. 2023a).

2.3 Propuesta de metamodelos basados en LHS-Kriging

Habiendo comprobado que las estrategias basadas en LHS-Kriging son las más implementadas, se proponen varias metodologías para implementar la optimización asistida por metamodelos de estructuras de edificaciones de hormigón armado (HA). El uso de NN no es en principio una buena idea, ya que los modelos que se crean son computacionalmente muy costosos. Estas simulaciones de alta fidelidad incluyen aspectos como la consideración de la interacción suelo-estructura, lo cual hace que una sola simulación consuma un tiempo de cómputo considerable. Por otra parte, para entrenar una NN se necesitarían casi el mismo número de simulaciones que tomar un procedimiento heurístico convencional basada enteramente en HFS, lo cual inhabilita su uso.

2.3.1 Optimización mono-objetivo

La primera estrategia se propone para la optimización mono-objetivo (emisiones de CO₂ en este caso) del diseño de la estructura de HA mostrada en la Fig. 5. Al utilizar una estrategia básica siguiendo los pasos de la Fig. 3 los resultados no fueron satisfactorios. Por eso se propone una estrategia denominada Kriging-based meta-heuristic optimization (KBMO), la cual está conformada por una búsqueda bifase en los metamodelos, concluyendo con un algoritmo de búsqueda local que utiliza las HFS denominado Constrained Deterministic Local Iterative Search (CDLIS). Los pasos se muestran a continuación.

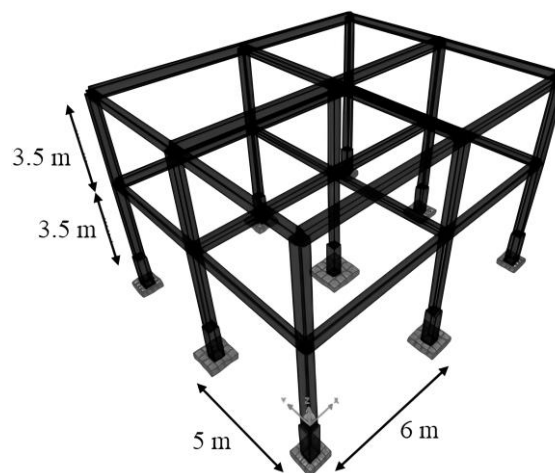


Figura 5. Caso de estudio (Negrin et al., 2023b y 2023c).



1. El DoE inicial se diseña obteniendo 20 puntos mediante LHS, 32 puntos exteriores y 16 de esquina para 68 puntos iniciales. Se obtienen dos puntos exteriores para cada variable (uno superior y otro inferior), de ahí los 32 puntos exteriores. Se considera un punto exterior aquel en el que el valor de una variable se fija en uno de los extremos mientras que las demás variables toman valores aleatorios. Se considera que un punto exterior está fijado en un valor extremo. Al mismo tiempo, las demás variables toman un valor aleatorio de entre los dos extremos que corresponden a cada una, es decir, todas las variables tienen valores extremos. Dado que existen menos puntos extremos, sólo se consideran 16, uno para cada variable. A continuación, se realiza la simulación de alta fidelidad para cada punto. El metamodelo se crea utilizando un polinomio de primer orden para el modelo de regresión (véase cómo funciona Kriging en las referencias sugeridas). El metamodelo se "valida" utilizando diez puntos seleccionados al azar (cinco interiores obtenidos mediante LHS y cinco exteriores-esquina) y el MAPE correspondiente. Si el valor del MAPE no es inferior al 6%, estos 10 puntos se incorporan a la DoE inicial y se actualiza el metamodelo. El proceso se repite hasta que se cumple el criterio. Una vez obtenida una buena muestra de puntos iniciales, se crea otro metamodelo con esta muestra, utilizando un polinomio de orden 0 (constante).
2. El metamodelo se optimiza con la heurística simple Optimización Basada en Biogeografía (BBO, Simon (2008)). La superficie de respuesta generada es bastante compleja, es decir, cada proceso de optimización suele dar resultados diferentes, aunque de mucha mejor calidad que los obtenidos con los metamodelos construidos utilizando un polinomio de primer orden. Se realizan diez procedimientos de optimización que, al utilizar el metamodelo, presentan poco tiempo de cálculo en comparación con las HFS. De los diez valores obtenidos se selecciona la mejor solución.
3. Se crea un nuevo espacio local de soluciones añadiendo un valor hacia arriba (+1) y un valor hacia abajo (-1) a los valores "óptimos" de cada variable utilizando esta solución. Si el valor de una variable se sitúa en el extremo, se suman o restan dos unidades para que cada variable pueda tomar tres valores. Utilizando criterios



similares a los del punto 1, se crea una nueva DoE (10 puntos LHS, 15 exteriores y 10 de esquina, para un total de 35 puntos), y se crea el "metamodelo local" utilizando esta vez un polinomio de primer orden como modelo de regresión. La precisión del metamodelo se comprueba con diez puntos seleccionados siguiendo los mismos criterios que en el punto 1 hasta que cumpla los criterios establecidos.

4. Este metamodelo se optimiza utilizando la estrategia BBO simple. Hasta aquí, esta parte del proceso se denomina optimización basada en Kriging (KBO).
5. Teniendo en cuenta que el tiempo de cálculo sigue siendo relativamente bajo en comparación con el procedimiento convencional, el proceso se finaliza con el algoritmo de optimización local (CDLIS), partiendo del punto obtenido utilizando los metamodelos. La solución final se considera la óptima. Para más información, referirse a Negrin et al. (2023b).

2.3.2 Optimización multi-objetivo

Para la optimización multi-objetivo (emisiones de CO₂, constructibilidad y vida útil) de la estructura de la Fig. 5 se utilizan igualmente estrategias basadas en LHS-Kriging (ver Fig. 6). Las dos primeras (1.1 y 1.2) se basan en la creación de un metamodelo adecuado para optimizarlo mediante la estrategia de optimización multi-objetivo (MOO). Esta nube de soluciones de baja fidelidad obtenidas (frontera de Pareto) se ordena según la estrategia de toma de decisiones (DM) empleada, y se seleccionan algunas de las supuestas mejores soluciones. Estas soluciones se actualizan con su valor real mediante HFS para obtener finalmente la mejor solución mediante el proceso de DM con los valores reales. Tal y como se define en el diagrama, en la estrategia 1.1 se seleccionan los diez mejores puntos, mientras que en la estrategia 1.2 se eligen cien.

La otra estrategia (estrategia 2) utiliza ambos tipos de simulaciones (alta y baja fidelidad) en el mismo proceso de optimización. Suponiendo que las soluciones encontradas al optimizar el metamodelo (valores de baja fidelidad) sean buenas, el proceso se inicia de esta forma. Tras un número determinado de iteraciones, la optimización finaliza utilizando HFS. En otras palabras, el proceso se "actualiza" utilizando el modelo real. Estas estrategias se comparan con la MOO clásica en cuanto a calidad de la solución y consumo computacional. Para ello, se utiliza el hipervolumen de los diez mejores puntos encontrados por cada una de ellas. También se compara la



calidad de la mejor solución, como se muestra en la sección de resultados. Para más información, referirse a Negrin et al. (2023c).

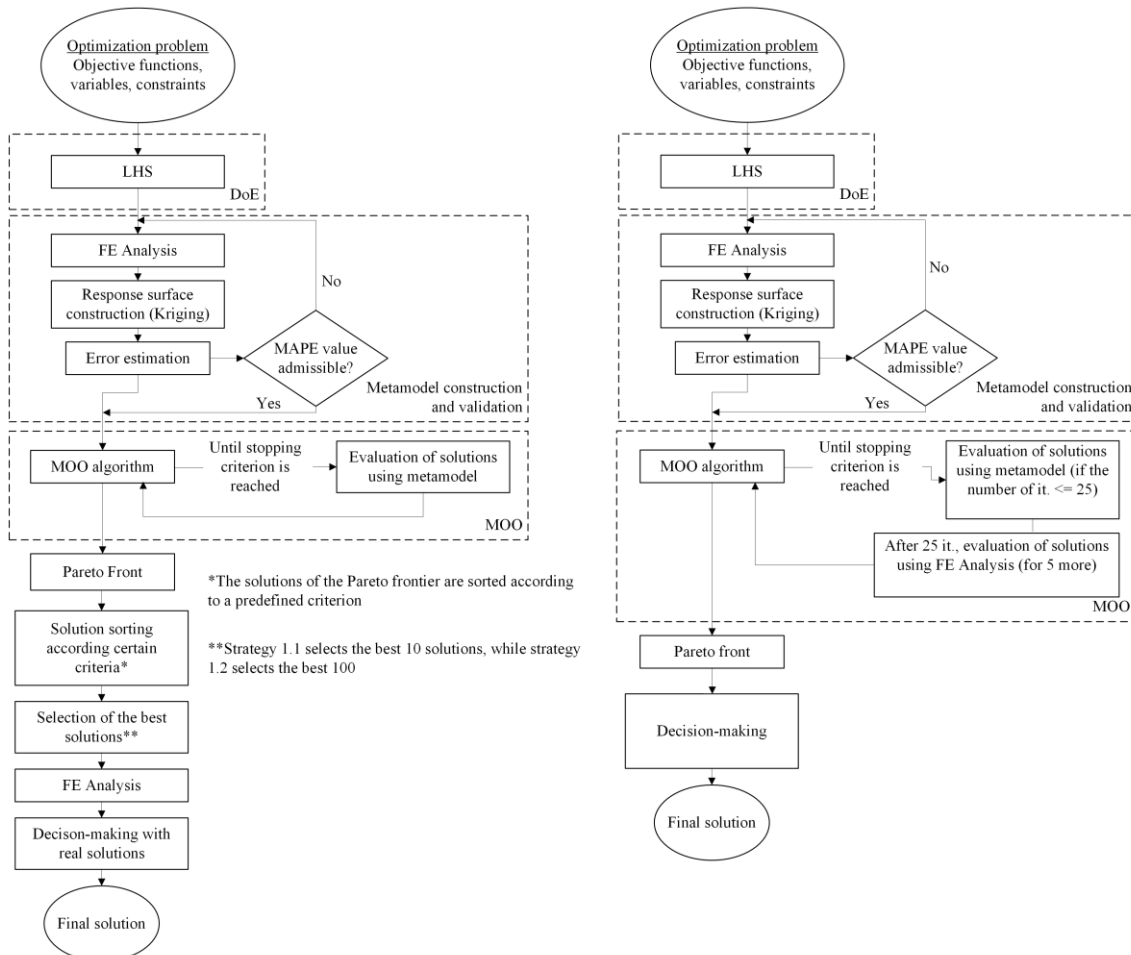


Figura 6. Diagrama de flujo de las tres estrategias propuestas para el uso de metamodelos en la MOO. Izquierda: estrategias 1.1 y 1.2. Derecha: estrategia 2 (Negrin et al., 2023c).

3. Resultados y discusión

Los resultados están enfocados en comparar la reducción del consumo computacional al aplicar MASDO con respecto a la optimización heurística tradicional. Como ya se ha dicho, en el caso de la optimización mono-objetivo, el algoritmo heurístico es BBO. Para la MOO se utiliza Pareto Envelope-based Selection Algorithm II (PESA-II) (Corne et al., 2000).

3.1 Optimización mono-objetivo

Este estudio, además de explorar alternativas de la aplicación de MASDO al diseño óptimo de estructuras de HA, ofrece la posibilidad de estudiar un punto clave en este



tipo de procedimientos: el coeficiente de penalización (CP) que se aplica a las soluciones infactibles. Por tanto, los resultados están en función de este coeficiente.

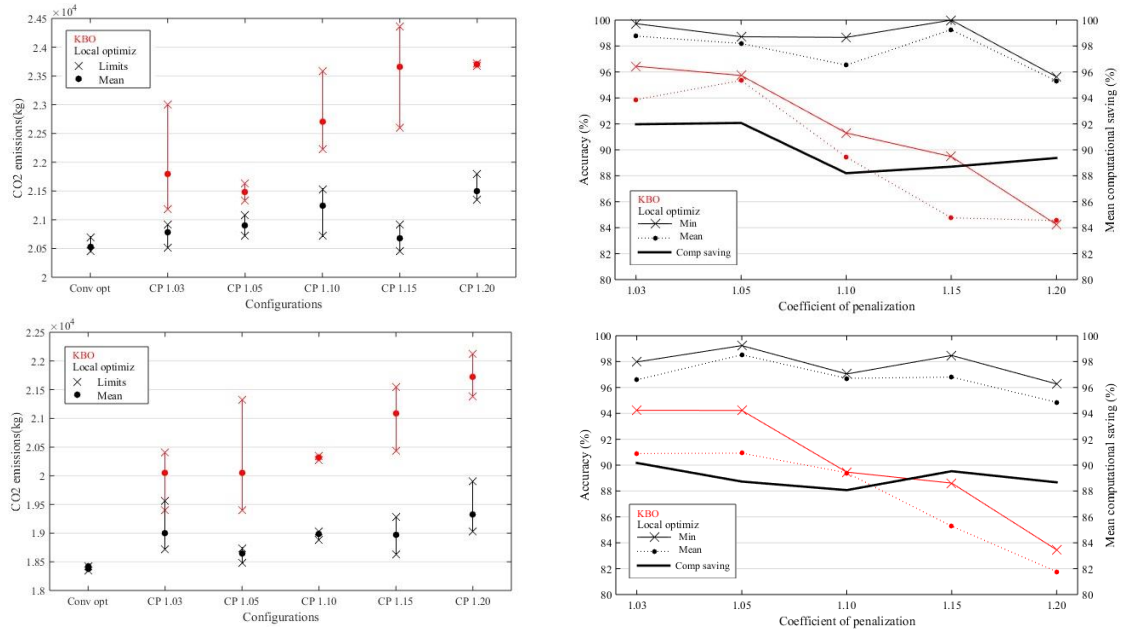


Figura 7. Comparación gráfica de los resultados de aplicar MASDO en la optimización mono-objetivo del caso de estudio (Fig. 5) con respecto a la optimización heurística convencional (Conv opt, CO). (Negrin et al., 2023b).

La Fig. 7 muestra a la izquierda gráficos de caja simples (valores extremos y media) de tres pruebas realizadas para cada configuración utilizando diferentes CP. En la derecha se muestra la precisión de los resultados de optimización basados en metamodelos (en comparación con CO) para diferentes CP (eje "y" izquierdo) y el ahorro computacional correspondiente (eje "y" derecho). Los dos gráficos de arriba son utilizando un suelo predominantemente cohesivo, mientras que los de abajo son con un suelo predominantemente friccional. Los resultados demuestran que, de forma general, al aumentar el CP, la precisión de los resultados disminuye. Existe la excepción de CP = 1.15, donde los resultados finales ("Local optimiz" en la Fig. 7) son muy buenos, llegándose a alcanzar incluso el mejor valor encontrado por la heurística convencional. Sin embargo, se debe notar que los resultados intermedios (KBO, en rojo) no son tan buenos. Esto significa que la solución intermedia que se encuentra con este coeficiente no es de gran calidad. Sin embargo, está en una zona cercana al supuesto óptimo global encontrado con la CO, el cual es encontrado mediante el algoritmo de búsqueda local de la metaheurística. De forma general, se establece que los mejores resultados se obtienen



con un CP = 1.05, ya que con 1.03 los resultados empeoran para el modelo con el suelo predominantemente friccional. Con CP = 1.05 se obtiene una precisión promedio de más del 98%, con un ahorro en el consumo computacional de un 90%. Esto significa que se pasa de un proceso de optimización convencional de alrededor de 75 horas a uno de 7.5 obteniendo resultados muy buenos. Para un análisis más profundo de los resultados, referirse al artículo correspondiente.

3.2 Optimización multi-objetivo

En este caso, los resultados están en función del número de valores N que se utilizan para crear el metamodelo. Hay que recordar que estos N puntos se ubican en el espacio de soluciones a través de LHS. Mientras más de estos puntos (hasta cierto número), más precisión debe tener el metamodelo, pero más consumo computacional requerirá el proceso de MASDO.

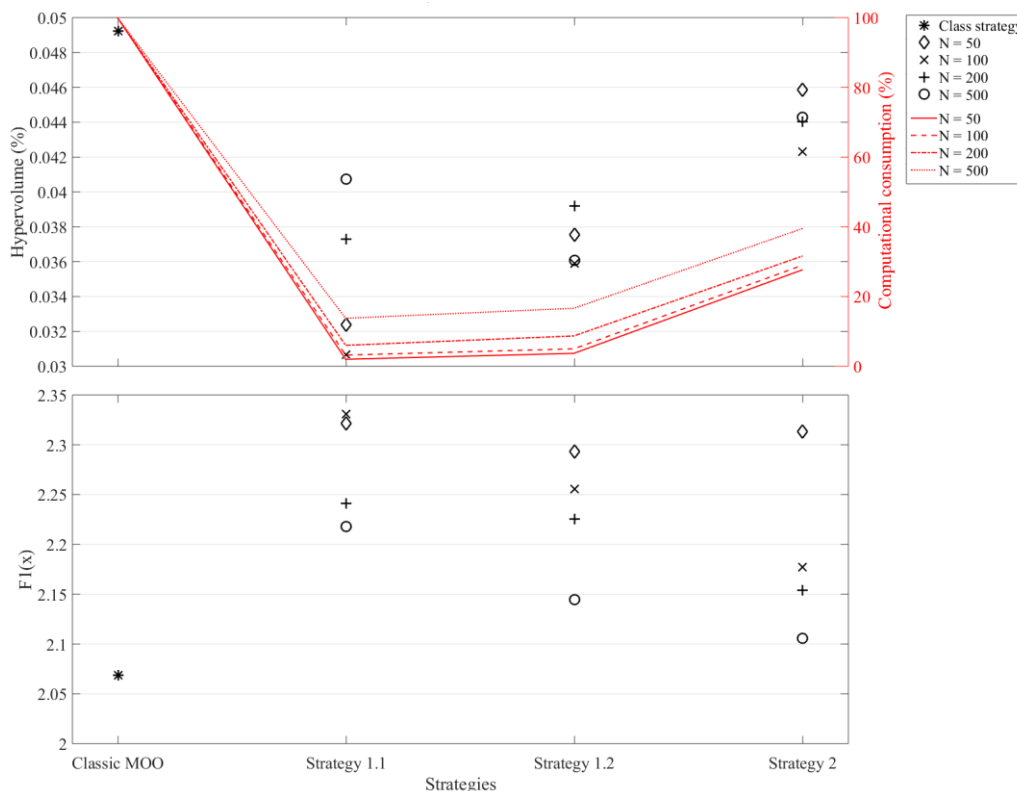


Figura 8. Comparación de los resultados proporcionados por las estrategias de uso de metamodelos propuestas con la MOO clásica (Negrin et al., 2023c).

La Fig. 8 superior muestra la comparación de las tres estrategias propuestas con la optimización multi-objetivo clásica. En este caso, el indicador que se está utilizando es el hipervolumen generado por la frontera de Pareto obtenida como resultado final. Aquí



se puede apreciar que los resultados son inconsistentes, aunque $N = 200$ (cruces) parecen obtener los resultados más estables. Notar que mientras más hipervolumen genere una frontera, mejor. El gráfico inferior compara las soluciones, pero esta vez utilizando la mejor solución extraída de la nube de puntos (frontera de Pareto) utilizando como DM la asignación del mismo peso a cada solución en el indicador final. Aquí si se puede apreciar que para obtener buenos resultados lo mejor es utilizar valores de N mayores que 200. También, es evidente que la mejor estrategia es la tercera (Estrategia 2). Notar que en el gráfico superior también se muestra (en rojo, eje de las ordenadas de la derecha) el consumo computacional en comparación con la MOO clásica. Para $N = 200$, se ahorra alrededor de un 70%. Para $N = 500$, el ahorro disminuye a un 60%.

4. Conclusiones

La optimización estructural convencional es un proceso usualmente computacionalmente costoso debido al número de simulaciones de alta fidelidad que debe realizar el algoritmo para converger hacia buenas soluciones. Estos procesos se complejizan a sobremanera cuando están enfocados en el diseño considerando las incertidumbres o cuando el modelo de la estructura es computacionalmente "pesado" (modelo de elementos finitos, por ejemplo). Es aquí donde la optimización estructural asistida por metamodelos (MASDO, siglas en inglés) juega un papel fundamental. Esta consiste en utilizar un modelo sustituto al real que simule las propiedades fundamentales del segundo. Así se sustituyen las simulaciones de alta fidelidad por otras de baja fidelidad, mucho más sencillas de evaluar.

En una revisión bibliográfica realizada se comprobó que la combinación de la técnica Muestreo de Hipercubos Latinos (LHS en inglés) para realizar el DoE y los metamodelos tipo Kriging son la base de las estrategias más utilizadas en la ingeniería estructural.

Sobre esta afirmación se diseñan varias estrategias para mejorar procedimientos tradicionales de optimización heurística mono y multi-objetivo. En el primer caso se diseña una estrategia de búsqueda bifase utilizando LHS-Kriging, culminando el proceso con un algoritmo de búsqueda local. Aplicando un coeficiente de penalización adecuado (1.05), la estrategia es capaz de encontrar soluciones de más de un 98% de precisión con un ahorro computacional del 90% en comparación con la heurística



tradicional. Para la optimización multi-objetivo, la mejor estrategia resultó ser la combinación de simulaciones de baja y alta fidelidad en el mismo procedimiento. Para alcanzar resultados satisfactorios, es necesario construir el metamodelo inicial utilizando más de 200 puntos iniciales. Las soluciones alcanzan una precisión promedio de más del 97% con ahorros computacionales entre 30 y 40%.

5. Referencias bibliográficas

1. Corne, D.W., Knowles, J.D., Oates, M.J. (2000). The Pareto Envelope-Based Selection Algorithm for Multiobjective Optimization. In: Schoenauer, M., et al. *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*. PPSN 2000. Lecture Notes in Computer Science, vol 1917. Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/3-540-45356-3_82.
2. Filomeno-Coelho, R. (2013) Metamodels for mixed variables based on moving least squares, application to the structural analysis of a rigid frame. *Optimization Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s11081-013-9216-8>.
3. Negrin, I., Kripka, M., Yepes, V. (2023a) Metamodel-assisted design optimization in the field of structural engineering: A literature review. *Structures*, Vol. 52, pp. 609-631. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.04.006>.
4. Negrin, I., Kripka, M., Yepes, V. (2023b) Metamodel-assisted meta-heuristic design optimization of reinforced concrete frame structures considering soil-structure interaction. *Engineering Structures*, Vol. 293, 116657. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2023.116657>.
5. Negrin, I., Kripka, M., Yepes, V. (2023c) Multi-criteria optimization for sustainability-based design of reinforced concrete frame buildings. *Journal of Cleaner Production*, Vol. 425, 139115. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2023.139115>.
6. Penadés-Plà, V., García-Segura, T., Yepes, V. (2019) Accelerated optimization method for low-embodied energy concrete box girder bridge design. *Engineering Structures*, 179, pp. 556–65. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.11.015>.
7. Roman, N., Bre, F., Fachinotti, V.D., Lamberts, R. (2020) Application and characterization of metamodels based on artificial neural networks for building performance simulation: A systematic review. *Energy & Buildings*, 217, pp. 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2020.109972>.



8. Simpson, T., Peplinski, J., Koch, P., Allen, J. (2001) Metamodels for Computer-based Engineering Design: Survey and recommendations. *Engineering with Computers*, 17, pp. 129–50. <https://doi.org/10.1007/PL00007198>.
9. Teixeira, R., Noga, I. M., O'Connor, A. (2012) Adaptive approaches in metamodel-based reliability analysis: A review. *Structural Safety*, 89. <https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2020.102019>.