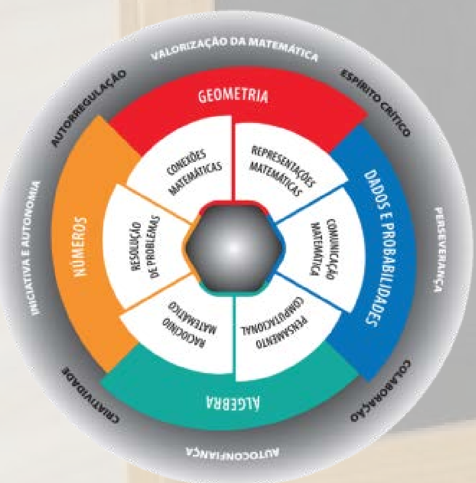
Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico

Coletânea de tarefas
Tema: Álgebra

9.º ano de escolaridade

Leonor Santos
Sandra Raposo
António Cardoso
Paulo Correia
Rui Gonçalo Espadeiro

Setembro de 2024



Cofinanciado por:

Ficha técnica

Título:
Coletânea de tarefas - Tema Álgebra (9.º ano de escolaridade)

Autores:
Leonor Santos, Sandra Raposo, António Cardoso, Paulo Correia, Rui Gonçalo Espadeiro

Imagem da capa:
Adaptada de imagem de utilização livre para fins não comerciais, disponível em https://www.pexels.com/.

Data
Lisboa, setembro de 2024

Os autores agradecem o precioso contributo do professor João Almiro pela colaboração na revisão do texto.

Índice

Introdução

Planificação a longo prazo

Tema: Álgebra

- Expressões algébricas e Equações
  - Conteúdos de aprendizagem por tarefa
    - Tarefa 1 - Outras equações?!
    - Tarefa 2 - Equações e sistemas
    - Tarefa 3 - Resolver Sistemas - algebricamente vs. graficamente
    - Tarefa 4 - Problemas?!... Nem por isso!
- Funções
  - Conteúdos de aprendizagem por tarefa
    - Tarefa 1 - Proporcionalidade por um canudo
    - Tarefa 2 - Proporcionalidade - diferentes representações
    - Tarefa 3 - "Problemas" com a proporcionalidade?
- Expressões algébricas, equações e inequações (I)
  - Conteúdos de aprendizagem por tarefa
    - Tarefa 1 - Mais oportunidades com a propriedade distributiva
    - Tarefa 2 - Missão: Bi-quadrado
    - Tarefa 3 - Missão: Diferença de Quadrados
    - Tarefa 4 - "Notáveis" com Scratch
    - Tarefa 5 - "Upgrade" nas equações
    - Tarefa 6 - Missão: Anular o produto!
    - Tarefa 7 - Mix de Equações de 2.º grau
- Expressões algébricas, equações e inequações (II)
  - Conteúdos de aprendizagem por tarefa
    - Tarefa 1 - (Des)igualdades
    - Tarefa 2 - Inequações - resolver e decidir
- Funções (II)
  - Conteúdos de aprendizagem por tarefa
    - Tarefa 1 - Quadrados e quadradinhos
    - Tarefa 2 - Decidir com funções

Introdução

As novas *Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico* foram elaboradas pelo Grupo de Trabalho da Revisão Curricular das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico (GTRCAEMEB) e homologadas a 19 de agosto de 2021, através do Despacho n.º 8209/2021. Constituem um novo programa de Matemática cuja generalização alargada se iniciou, de forma faseada, a partir do ano letivo 2022/23.

Esta generalização foi antecipada, em 2021/22, por duas turmas de cada um dos anos de escolaridade 1.º, 3.º, 5.º e 7.º, sendo este processo conduzido pelo Grupo de Trabalho do Desenvolvimento Curricular e Profissional em Matemática (GTDCPM). O GTDCPM convidou professores a lecionar nos diferentes anos de escolaridade, procurando que as turmas envolvidas se distribuíssem por Agrupamentos de escolas/Escolas não agrupadas de diferentes regiões de Portugal continental, não correspondendo a quaisquer critérios que, de alguma forma, lhes conferissem excecionalidade.

Um dos objetivos desta antecipação foi o de proporcionar a criação de materiais de apoio às aprendizagens, a divulgar em larga escala, que fossem experimentados com alunos em contexto real e alvo de reflexão e adequação por parte dos seus autores. De forma a cumprir este objetivo, elaboraram-se coletâneas das tarefas que foram propostas aos alunos de cada ano de escolaridade envolvido na antecipação em 2021/22. A presente coletânea diz respeito ao trabalho realizado em 2023/24 nas duas turmas de 9.º ano de escolaridade.

De modo a tornar mais percetível a sequência seguida na abordagem dos temas e subtópicos matemáticos, cada coletânea inicia-se com a apresentação da planificação a longo prazo que foi elaborada. Segue-se a sequência das tarefas organizada com indicação do(s) tópico(s) matemático(s) envolvido(s) no correspondente tema matemático, antecedida sempre pela identificação dos conteúdos de aprendizagem a abordar com a exploração de cada tarefa. Com esta antecipação, procurou-se, desde logo, verificar se era necessário proceder a ajustamentos nas tarefas de modo a contemplar todos os conteúdos de aprendizagem.

Para cada tarefa, explicitam-se os conteúdos de aprendizagem que potencialmente podem ser adquiridos pelos alunos, bem como os objetivos de aprendizagem que se pretende que os alunos desenvolvam a partir do trabalho na tarefa. São igualmente fornecidas indicações acerca da organização do trabalho dos alunos, correspondendo ao que aconteceu na realidade ou já com algumas adaptações. Respeitando as orientações metodológicas das Aprendizagens Essenciais de Matemática para o Ensino Básico, nomeadamente para o 8.º ano, o método de ensino habitualmente seguido foi o de ensino exploratório, tendo os alunos oportunidade, a partir de tarefas tendencialmente desafiadoras e poderosas, de trabalhar de forma autónoma, com o apoio do professor, individualmente, a pares, ou em pequenos grupos, e de participar numa discussão coletiva posterior, envolvendo toda a turma, tendo em vista a explicitação e comparação de ideias e processos, e a sistematização e institucionalização do conhecimento matemático na turma.

É importante chamar a atenção que estas coletâneas não pressupõem qualquer intenção prescritiva. Devem apenas ser entendidas como materiais de apoio cuja conceção respeitou as novas orientações curriculares e que agora se disponibilizam a quem lhes encontrar utilidade, que os adaptará à sua realidade escolar, nomeadamente em função das características das turmas e dos seus hábitos de trabalho.

Em síntese: A presente coletânea apresenta materiais relevantes que concretizam as opções curriculares adotadas em 2023/24, no âmbito das Novas Aprendizagens Essenciais em Matemática, em duas turmas do 9.º ano de escolaridade, num contexto de trabalho colaborativo entre os dois professores titulares das turmas e os três elementos do GTDCPM que trabalharam diretamente com estes professores.

Esperamos que a partilha do trabalho que é feita possa ser útil para os/as professores/as que lecionem este novo programa de Matemática para o 9.º ano de escolaridade do Ensino Básico.

Planificação a longo prazo

TEMA	TÓPICOS	Tempos letivos previstos (50 min)	Distribuição pelos períodos
GEOMETRIA (E NÚMEROS)	Números Racionais (8.º ano) ● Raiz cúbica Figuras no espaço (8.º ano) ● Área da superfície de prismas retos, pirâmides regulares, cilindros, cones	6	**1.º Período 61**
NÚMEROS	Números Reais	15	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas e equações (8.º ano) ● Equações literais ● Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas	15	
DADOS E PROBABILIDADES	(8.º e 9.º anos) Questões estatísticas e recolha de dados	4	
ÁLGEBRA	Funções ● Função de proporcionalidade inversa	7	
GEOMETRIA	Operações com figuras (7.º ano) ● Critérios de semelhança de triângulos ● Relações entre áreas e perímetros de figuras semelhantes	8	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
GEOMETRIA	Figuras planas ● Razões trigonométricas no triângulo retângulo	10	**2.º Período 54**
DADOS E PROBABILIDADES	(8.º e 9.º anos) Organização de dados e representações gráficas	10	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas, equações e inequações ● Casos notáveis da multiplicação de binómios ● Decomposição de polinómios em fatores ● Equações de 2.º grau a uma incógnita ● Resolução de equações de 2.º grau a uma incógnita	20	
DADOS E PROBABILIDADES	Probabilidades	8	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
ÁLGEBRA	Funções ● Funções quadráticas da forma $f(x) = ax^2, a \in R\backslash\{0\}$	6	**3.º Período 34**
GEOMETRIA	Figuras planas ● Ângulo ao centro e ângulo inscrito numa circunferência ● Construções e lugares geométricos	12	
DADOS E PROBABILIDADES	(8.º e 9.º anos) Análise de dados, comunicação e divulgação do estudo	4	
ÁLGEBRA	Expressões algébricas, equações e inequações ● Inequações do 1.º grau a uma incógnita ● Resolução de inequações	6	
Momentos formais de Avaliação Sumativa.		6	
	Total	128	

Nota: Parte do tema de Dados foi trabalhado a partir do desenvolvimento de trabalho de projeto. As aulas previstas não foram realizadas de forma sequencial, mas sim, intercaladas com outros temas, ao longo dos três períodos.

A planificação a longo prazo foi definida com a intenção de recuperar alguns tópicos que não foram abordados, ou foram abordados de forma parcial, ou de forma incompleta, nos anos letivos anteriores. Procurou-se que esta abordagem fosse integrada com os temas do 9.º ano.

Tema: Álgebra

Na sequência do trabalho desenvolvido nos ciclos anteriores, os alunos devem, durante este ciclo, fazer recurso à Álgebra de forma sistemática. O estabelecimento de relações algébricas entre quantidades desconhecidas, o expressar a generalidade por representações adequadas e usar o processo de modelar para descrever e fazer previsões, devem ser trabalhados com o objetivo de permitir determinar valores desconhecidos e como uma importante forma de representar relações entre grandezas ou quantidades do dia-a-dia. A compreensão da variação em situações diversas faz-se através do estudo de funções e de sucessões que deve privilegiar a complementaridade de abordagens por recorrência (associadas a procedimentos iterativos) e algébricas (essenciais em processos de generalização).

Canavarro et al. (2021), *Aprendizagens Essenciais de Matemática, 7.º ano, 3.º ciclo do EB* (p. 10). DGE, ME.

Tópico

Expressões algébricas e Equações

Conteúdos de aprendizagem por tarefa[1]

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
3	Tarefa 1 - Outras equações?!	• Equações literais						X						X		X
4	Tarefa 2 - Equações e sistemas	• Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas				X	X			X		X		X		
3	Tarefa 3 - Resolver Sistemas - algebricamente vs. graficamente	• Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas		X			X		X		X		X			
4	Tarefa 4 - Problemas?!... Nem por isso!	• Sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas	X					X		X					X	

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

[1]Tarefas relativas a conteúdos do 8.º ano, não lecionados no ano letivo anterior.

Tarefa 1 - Outras equações?!

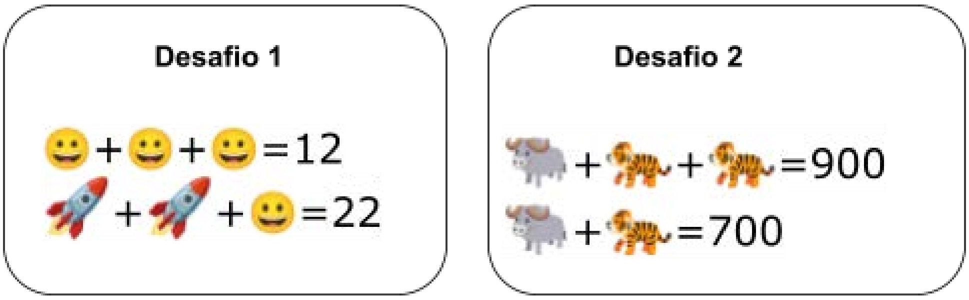
<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer fórmulas de outras áreas científicas e do contexto da Matemática, como equações literais, estabelecendo conexões com outras áreas do saber;
- Resolver equações do 1.º grau, com duas incógnitas, em ordem a uma delas;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões);
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
No final da realização da tarefa 1, e como forma de preparar a tarefa 2, foi solicitado aos alunos que pesquisassem alguns desafios nas redes sociais/*internet*, semelhantes aos apresentados abaixo. A sua exploração tornou-se um contributo muito eficaz no desenvolvimento da tarefa 2.

É fácil "tropeçar" nas redes sociais com desafios como os que te apresentamos abaixo:



Qual o valor correspondente a cada imagem, em cada um dos desafios?

Faz uma pesquisa de "desafios" como os apresentados, ou cria os teus próprios. Resolve-os e apresenta-os (sem a resolução) no local criado para o efeito no *Classroom* da turma.

Outras equações?!

1. Considera a equação $4x - 2 = 5 + x$.

   1.1. Identifica:

   1.1.1. a incógnita.

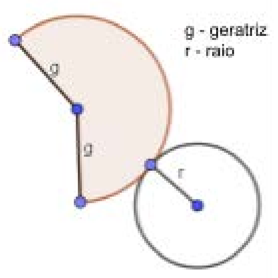
   1.1.2. o primeiro membro.

   1.1.3. os seus termos.

   1.2. Identifica os monómios que fazem parte da equação, e os respetivos coeficientes e partes literais.

   1.3. Resolve a equação.

2. É possível determinar a área lateral de um cone, que aqui designaremos por A, utilizando as medidas da geratriz, g, e do raio, r. Vamos considerar $\pi \approx 3,14$.

	$A = \pi \times r \times g$

   2.1. Para a equação apresentada, identifica a(s) incógnita(s), os membros e os respetivos termos.

   2.2. Qual a área lateral de um cone em que $g = 6\ cm$ e $r = 2\ cm$?

   2.3. Qual a medida da geratriz de um cone cuja área lateral é $125,6\ cm^2$ e raio $5\ cm$?

   2.4. Qual a medida do raio da base do cone cuja área lateral é $125,6\ cm^2$ e geratriz $10\ cm$?

   2.5.

> Resolver uma equação em ordem a uma incógnita é escrevê-la isolando essa incógnita num dos membros.
> Resolver a equação em ordem a r, é $A = \pi \times r \times g \Leftrightarrow \frac{A}{\pi \times g} = r$

   Resolve a equação $A = \pi \times r \times g$ em ordem a g.

3. A partir das equações recolhidas pelos alunos do seu manual escolar de Física-Química:

   3.1. Identifica as incógnitas consideradas em cada uma das equações;

   3.2. Resolve cada uma das equações em ordem a uma incógnita ou, caso já esteja feito, escolhe outra incógnita e resolve-a em ordem a essa nova incógnita.

4. A Beatriz aprendeu com o professor de Físico-Química que a velocidade do som pode ser determinada a partir da seguinte expressão:

$$Velocidade\ do\ som = \frac{Distância\ percorrida\ pelo\ som}{Intervalo\ de\ tempo} \Leftrightarrow v_{som} = \frac{d}{\Delta t}$$

(Usaremos o metro por segundo $[m/s]$ como unidade para a velocidade do som, metro $[m]$ para a distância percorrida pelo som e segundo $[s]$ para o intervalo de tempo).

4.1. Com esta informação, aproveitando as festas tradicionais da Vila, a Beatriz resolveu calcular a distância (metros) a que estava do local onde se deu o rebentamento do primeiro foguete, sabendo que decorreram $1,1\ s$ desde que viu o seu clarão até ouvir esse som (considera a velocidade do som do ar igual a $343\ m/s$).

4.2. Resolve a equação em ordem a Δt. Qual o tempo decorrido desde o visionamento do clarão de um foguete até ouvir o som, se a distância da Beatriz ao local do lançamento for de $700\ m$ (arredondamento às unidades do segundo)?

5. Resolve cada uma das equações em ordem à incógnita indicada:

5.1. $2x - 5 = 3y - x$ (em ordem a y)

5.2. $\frac{F-32}{9} = \frac{C}{5}$ (em ordem a F)

5.3. $3(a - b) = 5a$ (em ordem a a)

Tarefa 2 - Equações e sistemas

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas;
- Averiguar, algebricamente, se um determinado par ordenado é solução de um dado sistema de equações;
- Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas;
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Antes da realização da tarefa foram explorados alguns dos desafios que os alunos enviaram para a *Classroom*, que foram selecionados previamente pelos professores. Esta exploração permitiu fazer a ligação entre uma representação pictórica e uma representação algébrica do mesmo sistema, encontrando as suas soluções e discutindo-as.
O recurso à *app Photomath*, mostrou-se eficaz no desenvolvimento da tarefa, contribuindo para fomentar o trabalho autónomo dos alunos.

Equações e sistemas

1. Numa das aulas de Matemática do Manuel e da Alice, foi proposta a resolução do seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2a+b=-1 \\ 3a+2b=1 \end{cases}$$

O Manuel referiu que o par ordenado $(a,\ b)=(-\ 2,\ 3)$ é solução do sistema, mas a Alice não concordou.

Qual dos dois tem razão? Explica a tua resposta, sem recorreres à resolução do sistema.

A Alice resolveu o sistema de equações utilizando o método de substituição.

Usa o *Photomath* ( ) para resolver o sistema de equações, acede à opção "Mostrar a solução passo a passo" e compara a resolução apresentada com a da Alice, procurando explicar o que ela fez em cada passo:

$$\begin{cases} 2a+b=-1 \\ 3a+2b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ 3a+2b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ 3a+2(-1-2a)=1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ 3a-2-4a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ 3a-4a=1+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ -a=3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2a \\ a=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-1-2\times(-3) \\ a=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=5 \\ a=-3 \end{cases}$$

2. Resolve os seguintes sistemas, e compara a tua solução com a que podes obter com a aplicação *Photomath*:

2.1. $\begin{cases} 5x-2y=16 \\ x+3y=-7 \end{cases}$

2.2. $\begin{cases} -3s-5r=29 \\ 2r-2s=14 \end{cases}$

2.3. $\begin{cases} \frac{f+2p}{3}=1 \\ 3f+9=3p \end{cases}$

2.4. $\begin{cases} 2(z-3w)=4 \\ z-(3+w)=0 \end{cases}$

Tarefa 3 - Resolver Sistemas - algebricamente vs. graficamente

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Averiguar, algébrica ou geometricamente, se um determinado par ordenado é solução de um dado sistema de equações;
- Resolver sistemas de duas equações do 1.º grau a duas incógnitas, recorrendo a diferentes representações, relacionando a resolução algébrica e a geométrica;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Trabalhar com os outros;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares/trios.
A utilização do GeoGebra na questão 2, permitiu que os alunos sentissem a necessidade de manipular a janela gráfica inicial, dado que não era possível identificar, de imediato, a solução do sistema apresentado , pois tinham a certeza de que aquele sistema era possível e determinado, atendendo à posição relativa das retas.
A questão 4, foi feita em duas fases, tendo havido espaço, entre essas fases, para um *feedback* escrito por parte dos professores.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/u5djwgsc. Deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do *GeoGebra*. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Resolver Sistemas - algebricamente vs. graficamente

1. Considera as seguintes equações de retas:

$r\colon\ y = 2x + 3\,;$ $\quad s\colon 2x + y = 1\,;$ $\quad t\colon\ y = 2x$ $\quad$ e $\quad u\colon y = -\ 2x + 1\,.$

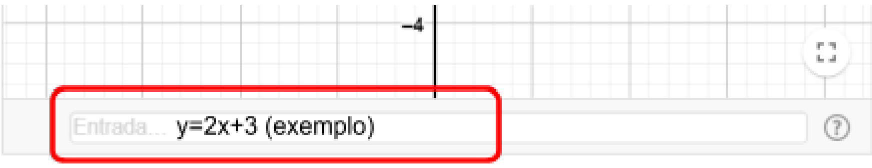
1.1. Relativamente à reta r, indica:

1.1.1. o seu declive;

1.1.2. a ordenada na origem.

1.2. Recorre à apliqueta **APPJ 2FX8** do GeoGebra e, usando o campo de "entrada"(*), representa graficamente as retas r e s.

(*)



1.2.1. Quantos pontos pertencem, simultaneamente, às duas retas?

1.2.2. O ponto (ou pontos) de interseção das duas retas, é(são) solução(ões) das duas equações? Explica a tua resposta.

1.3. Considera o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} y = 2x + 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

1.3.1. Resolve-o, indicando o par ordenado que é a solução.

1.3.2. Compara o par ordenado que acabaste de determinar com as coordenadas do ponto de interseção das duas retas representadas na última apliqueta. O que concluis?

1.4. Recorre agora à apliqueta **ABVH VAM4** do *GeoGebra* e, usando o campo de "entrada", representa graficamente as retas r, s, t e u . Usando apenas estas retas:

1.4.1. Indica um sistema de equações sem solução. Explica a tua resposta.

1.4.2. Indica um sistema de equações com infinitas soluções. Explica a tua resposta.

2. Resolve graficamente o seguinte sistema de equações, com recurso à apliqueta **V4QZ 53QF** do *GeoGebra*, e regista a solução no teu caderno (e um esboço da representação gráfica utilizada):

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \\ 4y + \frac{12x-3}{3} = -1 \end{cases}$$

3. Resolve, graficamente, no teu caderno o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ y = 2x + 5 \end{cases}$$

4. Considera a equação (ou reta) $y =- x + 1$ e apresenta, justificando, outra equação por forma a formarem um sistema de equações:

4.1. impossível;

4.2. possível e determinado;

4.3. possível e indeterminado.

Tarefa 4 - Problemas?!... Nem por isso!

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Resolver problemas que envolvam sistemas de equações, em diversos contextos, descrevendo as estratégias de resolução seguidas e fundamentando a sua adequação;
- Descrever e explicitar a adequação das estratégias de resolução de problemas que envolvem sistemas de equações;
- Formular problemas a partir de uma situação dada, em contextos diversos (matemáticos e não matemáticos);
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões);
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
No fim do trabalho autónomo, procurou-se, na discussão final, explorar as diversas estratégias de resolução desenvolvidas pelos alunos, promovendo o debate sobre a sua adequação e eficácia, em cada uma das situações apresentadas.

Problemas?!... Nem por isso!

1. Considera a seguinte situação:

"Um teste tem 20 perguntas, umas de escolha múltipla e as outras de verdadeiro/falso. A pontuação total das questões é de 100 pontos. As questões de escolha múltipla valem 11 pontos e as questões de verdadeiro/falso valem 3 pontos cada uma. Quantas questões de escolha múltipla tem o teste?"

1.1. Para procurar dar resposta ao problema, escreveu-se o seguinte sistema:

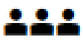
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 11x + 3y = 100 \end{cases}$$

O que representam as variáveis x e y, no contexto da situação apresentada?

1.2. Apresenta a resposta para este problema, justificando.

(Fonte: Adaptado de Nobre, S. G. G. (2016). O desenvolvimento do pensamento algébrico: Uma experiência de ensino com alunos do 9. ° ano)

2. Um grupo de amigos, resolveu ir passar o Réveillon fora de Portugal, tendo escolhido como destino o Rio de Janeiro. Efetuaram pesquisas na internet tendo optado por ficar hospedados num hotel que tinha disponíveis quartos duplos e quartos triplos, de acordo com o seguinte preçário:

Tipo de quarto	Preço/noite
	€ 255
	€ 204

Reservaram um total de 22 quartos (duplos e triplos). O custo diário da estadia será de 4998 euros.

Quantos quartos duplos e triplos foram reservados pelo grupo?

3. O perímetro de um trapézio isósceles é 29 cm. Sabendo que o comprimento da base maior é 12 cm e que o da base menor é mais 2 cm que o dos lados não paralelos, quais as dimensões de cada lado do trapézio?

4. De um paralelogramo, sabe-se que o comprimento do lado maior é o dobro do lado menor. Se aumentarmos 2 cm ao maior dos lados e diminuirmos 3 cm ao menor dos lados o perímetro será 22 cm. Desse paralelogramo sabe-se ainda que as amplitudes dos ângulos internos são, aproximadamente, 66º e 114º. Quais são os comprimentos dos lados do paralelogramo?

5. Cria uma situação que possa ser traduzida pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 10x + 5y = 25 \end{cases}$$

6. Uma turma de 9.º ano organizou um jantar para ajudar na angariação de fundos para a sua viagem de finalistas. Cada adulto pagou 20 euros e cada criança 7, 5 euros, tendo sido a receita total de 830 euros.

6.1. Quantos adultos e quantas crianças podem ter estado presentes no jantar?

6.2. Supondo agora que estiveram no jantar 54 pessoas no total:

6.2.1. Quantas crianças e quantos adultos participaram?

6.2.2. Sabendo que a turma ganha 20% do valor cobrado a cada adulto e 10% do valor cobrado a cada criança, qual foi o valor total angariado pela turma?

Tópico

Funções

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Proporcionalidade por um canudo	• Função de proporcionalidade inversa					X	X	X		X					X
2	Tarefa 2 - Proporcionalidade - diferentes representações	• Função de proporcionalidade inversa		X			X	X				X	X			
2	Tarefa 3 - "Problemas" com a proporcionalidade?	• Função de proporcionalidade inversa	X	X		X			X						X	X

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Proporcionalidade por um canudo

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Representar e reconhecer uma função de proporcionalidade inversa através de representações múltiplas e estabelecer conexões entre estas;
- Identificar variáveis inversamente proporcionais e calcular a constante de proporcionalidade;
- Interpretar e modelar situações de outras áreas do saber e da vida real que envolvam a proporcionalidade inversa;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 4 a 5 elementos.
Para o desenvolvimento da questão 1, foram preparados vários canudos, para cada um dos grupos, com diferentes comprimentos.
A questão 1, permitiu que os alunos, partindo de uma situação real, tivessem um primeiro contacto com uma nova situação de proporcionalidade. Após a sua exploração, definiu-se função de proporcionalidade inversa, e explorou-se as suas diferentes representações.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/u5djwgsc. Deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Proporcionalidade por um canudo

1. Com o conjunto de canudos que vos foi fornecido, e recorrendo à fita métrica afixada na parede, pretende-se que façam a recolha de dados que permita responder às seguintes questões:

   1.1. Um dos elementos do grupo irá posicionar-se num determinado local da sala, fixo, virado de frente para a fita métrica. Em seguida, irá olhar através de cada um dos canudos fornecidos, sem alterar a sua posição anteriormente fixada, e observar o comprimento da fita métrica visível em cada situação, bem como o comprimento de cada canudo usado.

   Registem no caderno os dados obtidos recorrendo a uma tabela como aqui se apresenta:

Comprimento do canudo em centímetros (x)	Comprimento visível na fita métrica em centímetros (y)	$x \times y$
(...)	(...)	(...)

   1.2. Descrevam o que observam na terceira coluna da tabela.

   1.3. Se quiserem observar um maior comprimento na fita métrica, por qual dos canudos devo optar? E se quiserem observar um menor comprimento?

   1.4. Encontrem uma expressão algébrica que melhor relacione as variáveis x, comprimento do canudo em centímetros e y, comprimento visível na fita métrica em centímetros, e escrevam-na em ordem a y.

   1.5. Com recurso à apliqueta **KWJG VSH2**, insiram os dados registados na tabela anterior e respondam às seguintes questões:

      1.5.1. Selecionem um dos pontos representados e expliquem o significado das suas coordenadas no contexto da situação trabalhada.

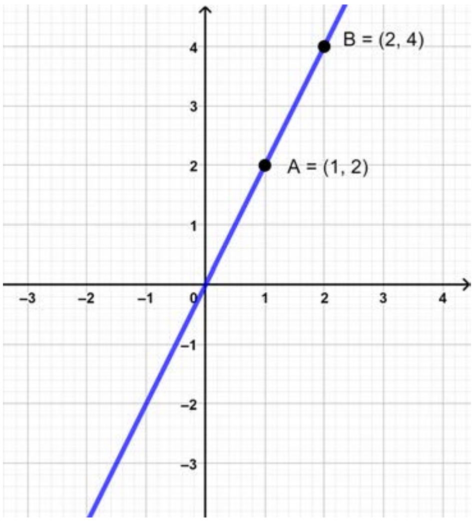
      1.5.2. Os pontos representados podem traduzir uma situação de proporcionalidade direta? Justifiquem.

      1.5.3. Escrevam a expressão que obtiveram na alínea 1.4. no campo de "entrada".

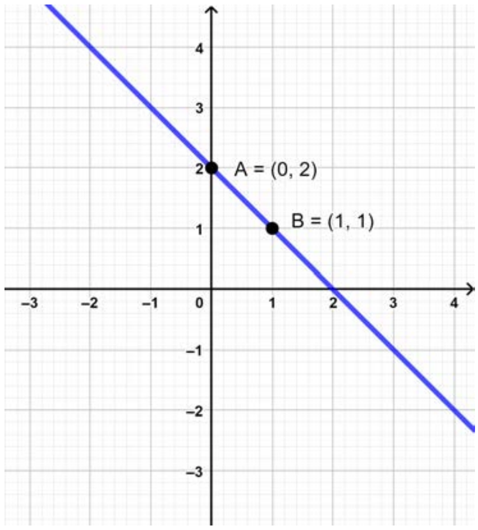
      O gráfico apresentado sobrepõe-se a todos os pontos marcados? Expliquem a vossa resposta.

2. Em qual das seguintes situações está representada uma função de proporcionalidade inversa? Expliquem a opção que tomaram.

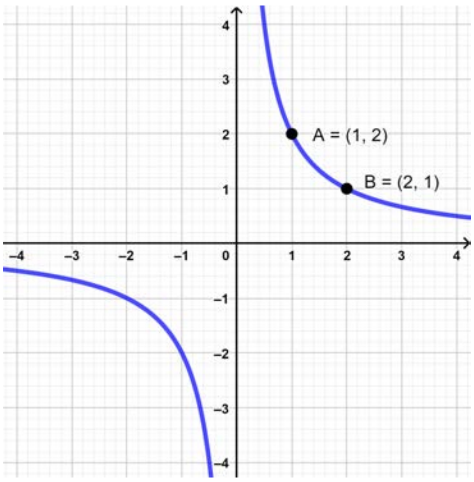
(A)



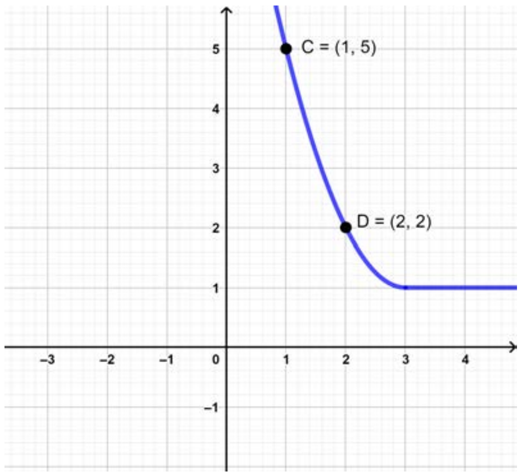
(B)



(C)



(D)



Tarefa 2 - Proporcionalidade - diferentes representações

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Interpretar e resolver problemas que envolvam uma relação de proporcionalidade inversa;
- Identificar variáveis inversamente proporcionais e calcular a constante de proporcionalidade;
- Representar e reconhecer uma função de proporcionalidade inversa através de representações múltiplas e estabelecer conexões entre estas;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Esta tarefa permitiu aos alunos relacionar grandezas inversamente proporcionais e confrontar com outros tipos de variação, levando-os a identificar características da proporcionalidade inversa.

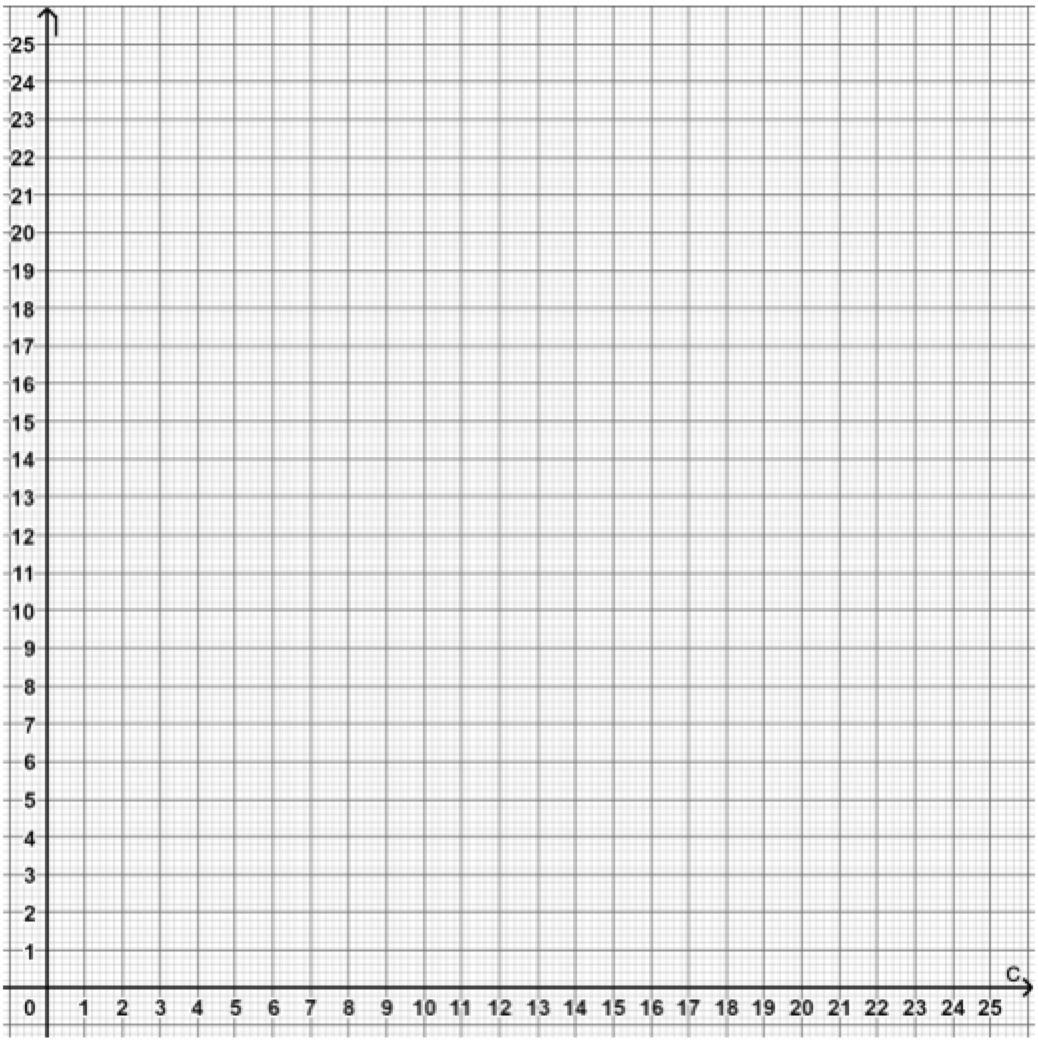
Proporcionalidade - diferentes representações

1. Considera a família de retângulos de área 24.

1.1. Completa a tabela com possíveis valores para comprimento e largura de alguns desses retângulos.

Comprimento (c)	**Largura** (l)
8	
	$1,5$

1.2. Representa, no referencial seguinte, todos os retângulos cujas medidas estão escritas na tabela anterior, colocando um dos seus vértices na origem do referencial e dois dos lados sobre os eixos.



1.3. Tendo por base o comprimento e largura de um dos retângulos que assinalaste na questão 1.1., responde às seguintes questões:

1.3.1. Se duplicares o comprimento o que acontecerá à largura para que a área se mantenha igual a 24? Explica a tua resposta.

1.3.2. Se alterares o comprimento para a sua terça parte, o que acontecerá à largura para que a área se mantenha igual a 24? Explica a tua resposta.

1.4. O comprimento e a largura dos retângulos desta família são grandezas diretamente proporcionais? Justifica a tua resposta.

1.5. O comprimento e a largura dos retângulos desta família são grandezas inversamente proporcionais? Justifica a tua resposta.

1.6. Qual a constante de proporcionalidade? Qual o seu significado no contexto da situação apresentada?

1.7. Qual a expressão algébrica que traduz a largura l desta família de retângulos, em função do comprimento c?

(A) $c = 24l$ **(B)** $l = 24c$ **(C)** $l = \frac{24}{c}$ **(D)** $l = \frac{c}{24}$

1.8. No referencial da questão 1.2. representa graficamente a função que descreve a situação apresentada. Explica como procedeste para obter essa representação.

1.9. Sabe-se que o ponto de coordenadas $(20, l)$ pertence ao gráfico da função. Qual será o valor de l? O que representam as coordenadas desse ponto no contexto apresentado?

2. Em qual das situações seguintes encontramos exemplos de proporcionalidade inversa? E direta? E sem proporcionalidade? Justifica.

2.1. Altura e base dos triângulos com área igual a $40\ cm^2$;

2.2. Lado e perímetro de um quadrado;

2.3. Lado e área de um quadrado;

2.4. Tempo de secagem e o número de peças de roupa que se podem colocar num estendal;

2.5. Velocidade e tempo que se leva a percorrer uma determinada distância.

3. Considera a seguinte tabela.

x	1	$1,5$	b
y	12	a	c

3.1. Supõe que na tabela está representada uma situação de proporcionalidade inversa.

3.1.1. Determina o valor de a.

3.1.2. Escreve a expressão algébrica dessa função.

3.2. Supõe agora que na tabela está representada uma situação de proporcionalidade direta.

3.2.1. Determina o valor de a.

3.2.2. Escreve a expressão algébrica dessa função.

3.3. Reescreve a tabela no teu caderno, indicando e justificando os valores de b e c, para que:

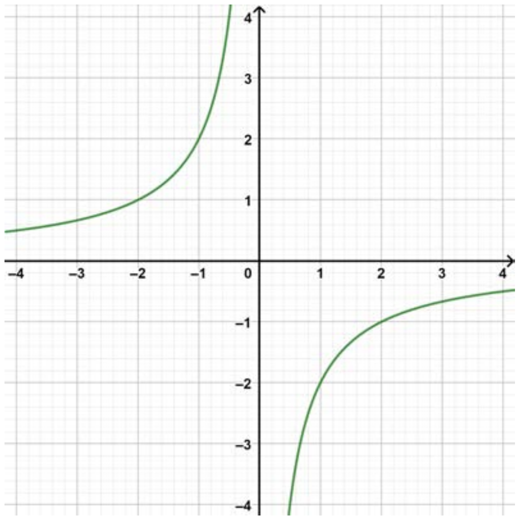
3.3.1. esteja representada uma situação de proporcionalidade inversa.

3.3.2. esteja representada uma situação de proporcionalidade direta.

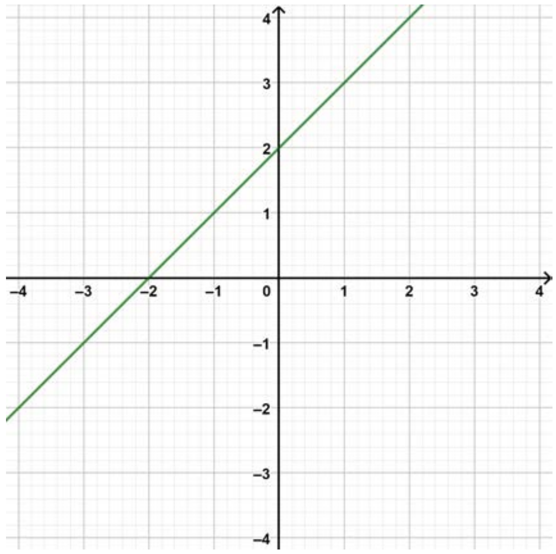
3.3.3. não esteja representada nenhuma situação de proporcionalidade.

4. Considera as seguintes representações gráficas:

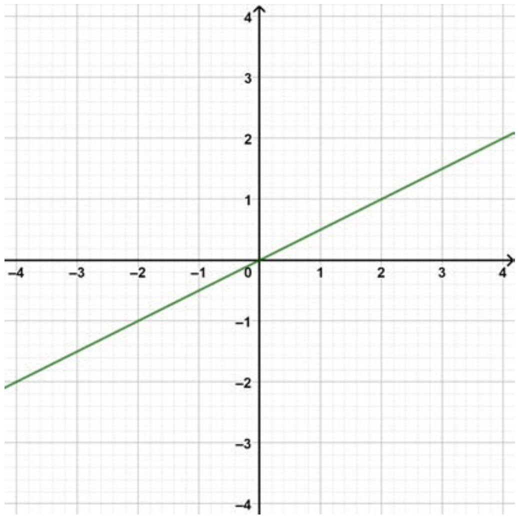
(A)



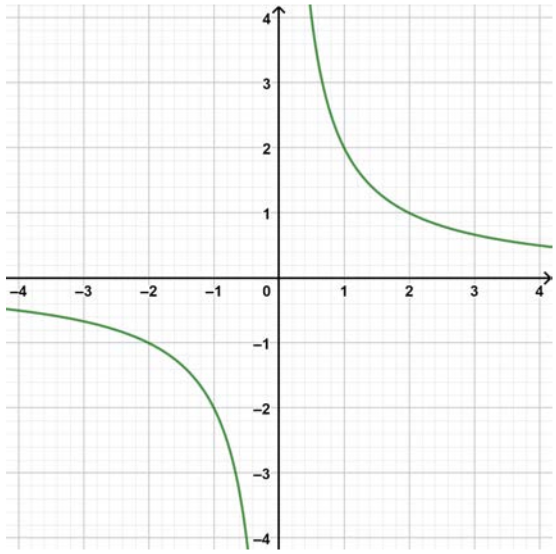
(B)



(C)



(D)



4.1. Faz corresponder a cada gráfico a respetiva expressão algébrica, explicando as razões das tuas escolhas.

(I) $y = \frac{x}{2}$ (II) $y = \frac{2}{x}$ (III) $y = \frac{-2}{x}$ (IV) $y = x + 2$

4.2. Existe alguma situação de proporcionalidade inversa? Justifica.

Tarefa 3 - “Problemas” com a proporcionalidade?

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Interpretar e resolver problemas que envolvam uma relação de proporcionalidade inversa;
- Identificar variáveis inversamente proporcionais e calcular a constante de proporcionalidade;
- Resolver problemas com recurso a funções de proporcionalidade inversa;
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Os dados trabalhados na questão 1 são reais, recolhidos numa das turmas. Optou-se por apresentar a situação como proporcionalidade inversa, apesar do erro que decorre dos arredondamentos e, posteriormente, discutir com os alunos a validade do modelo no contexto de uma situação real.

“Problemas” com a proporcionalidade?

1. Na aula de Educação Física procedeu-se à avaliação MEGA SPRINTER na prova de Sprint.

Os resultados obtidos por 3 alunos do Agrupamento de Escolas de Reguengos de Monsaraz foram os seguintes:

tempo (em segundos)	$5,9$	$7,3$	10
Velocidade média (metros por segundo)	$6,78$	$5,48$	4

1.1. Justifica que esta é uma situação de proporcionalidade inversa.

1.2. Qual a constante de proporcionalidade e qual o seu significado?

1.3. Se um aluno conseguir aumentar a sua velocidade em 10%, que variação no tempo da prova se vai verificar?

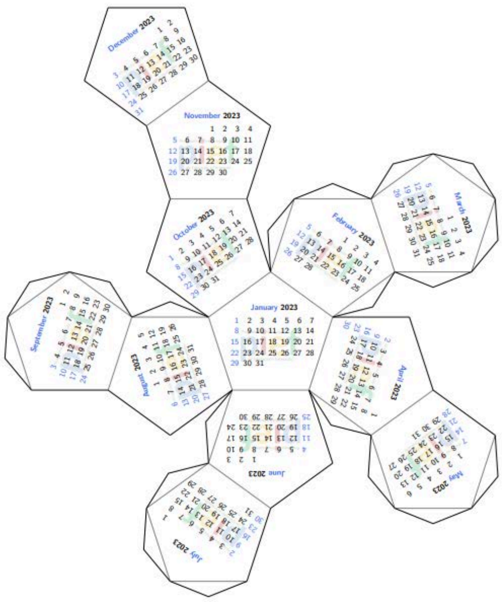
2. De forma a invocar o espírito de solidariedade, nesta quadra natalícia, as turmas de Reguengos de Monsaraz e de Pinhal Novo organizaram-se para comprar um cabaz de alimentos, no valor de 900 euros, para oferecer a uma instituição. O valor a pagar por cada aluno, será o mesmo, de acordo com o número de alunos que querem contribuir.

2.1. Escreve uma expressão algébrica da função que traduza o valor a pagar por cada aluno, v, em função do número de alunos participantes, a.

2.2. Calcula $v(75)$. Explica o seu significado no contexto apresentado.

2.3. Determina a, de modo que $v(a) = 3$. Explica o seu significado no contexto apresentado.

3. A turma da Beatriz resolveu oferecer como prenda de Natal aos seus professores e funcionários da sua escola, um calendário dodecaédrico, referente ao ano civil de 2024.



Quando começaram os trabalhos para a sua construção, perceberam que um grupo de 24 alunos conseguiu concluir os calendários necessários em 2 horas.

Quantos tempo demoraria a concluir o trabalho se faltassem 4 alunos? Apresenta o resultado em horas e minutos.

4. Para decorar presentes de natal vamos usar laçarotes vermelhos!

O António comprou um rolo de fita que pretende dividir em pedaços iguais. Foi informado pelo vendedor que a fita do rolo podia ser cortada em vinte pedaços de trinta centímetros cada.

4.1. Quantos metros de fita tem o rolo comprado pelo António?

4.2. Quantos metros terá cada pedaço de fita se o António se quiser 5 pedaços?

4.3. Quantos pedaços de fita obterá o António se quiser pedaços com 40 centímetros?

Tópico

Expressões algébricas, equações e inequações (I)

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Mais oportunidades com a propriedade distributiva	• Decomposição de polinómios em fatores		X			X	X			X	X				
3	Tarefa 2 - Missão: BI - quadrado	• Casos notáveis da multiplicação de binómios • Decomposição de polinómios em fatores		X			X				X	X				
3	Tarefa 3 - Missão: Diferença de Quadrados	• Casos notáveis da multiplicação de binómios • Decomposição de polinómios em fatores	X	X		X					X	X				
2	Tarefa 4 - “Notáveis” com *Scratch*	• Casos notáveis da multiplicação de binómios • Decomposição de polinómios em fatores			X				X						X	
2	Tarefa 5 - “*Upgrade*” nas equações	• Equações de 2.º grau a uma incógnita			X	X					X			X		
2	Tarefa 6 - Missão: Anular o produto!	• Resolução de equações de 2.º grau a uma incógnita		X		X			X	X						
4	Tarefa 7 - Mix de Equações de 2.º grau	• Resolução de equações de 2.º grau a uma incógnita		X				X	X				X			

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Mais oportunidades com a propriedade distributiva

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição de monómios;
- Fatorizar polinómios recorrendo à propriedade distributiva ou aos casos notáveis;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

Mais oportunidades com a propriedade distributiva

1. O Diogo apresentou a seguinte sequência de figuras, usando bolas brancas, pretas e cinzentas:

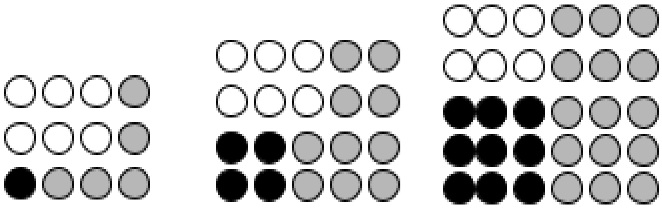


fig.1 fig.2 fig.3 (...)

Admitindo que se mantém a mesma lei de formação:

1.1. Apresenta um esboço para a quarta figura da sequência.

1.2. Quantas bolas pretas tem a figura 5? E cinzentas? E brancas?

1.3. Escreve o termo geral da sequência para o número de bolas:

1.3.1. brancas;

1.3.2. pretas;

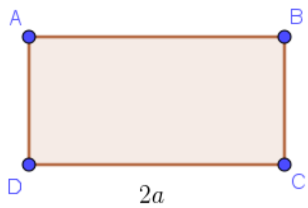
1.3.3. cinzentas.

1.4. O termo geral da sequência que nos dá o número total de bolas de cada figura pode ser representado pela expressão $(n+2)(n+3)$? Justifica a tua resposta.

2. Escreve uma expressão simplificada, em função de a, para a área do:

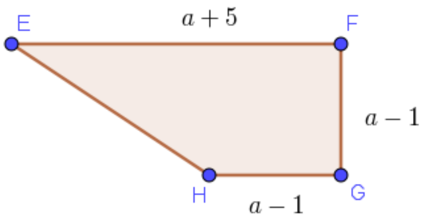
2.1. retângulo $[ABCD]$, sabendo que:

- $\overline{DC} = 2a$;
- $\overline{BC} = \overline{DC} - 3$



2.2. trapézio retângulo $[EFGH]$, sabendo que:

- $\overline{EF} = a + 5$
- $\overline{HG} = \overline{FG} = a - 1$



3. Associa cada expressão da coluna A a uma expressão da coluna B:

Coluna A	**Coluna B**
	$(y-5)(y-5)$
$y^2 - 25$	$25(y^2-1)$
$-5y^2 + 11y - 2$	$(y+5)(y-5)$
$y^2 - 10y + 25$	$(5y-1)(2-y)$
	$(y+10)(y-10)$

4. Fatorizar um polinómio é transformá-lo num produto de dois (ou mais) fatores.

Por exemplo, o polinómio $2a^2 - 4a$ pode ser fatorizado como $a(2a - 4)$.

4.1. No exemplo apresentado, seria possível fatorizar o polinómio colocando em evidência outro monómio? Justifica.

4.2. Procede à fatorização, se possível, dos seguintes polinómios:

4.2.1. $5b - 10$

4.2.2. $c^3 - c^2$

4.2.3. $4def + ef$

4.2.4. $3(x + 1) + x(x + 1)$

Tarefa 2 - Missão: Bi-quadrado

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição de monómios;
- Generalizar casos notáveis a partir de conhecimentos prévios relativos a operações com polinómios;
- Fatorizar polinómios recorrendo à propriedade distributiva ou aos casos notáveis;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Após a exploração da questão 2., generalizou-se a expressão do desenvolvimento do quadrado do binómio.
Com a questão 6. procurou-se promover a valorização das propriedades da multiplicação, nomeadamente pela sua aplicação no cálculo mental.

Missão: Bi-quadrado

1. Considera a seguinte sequência de figuras:

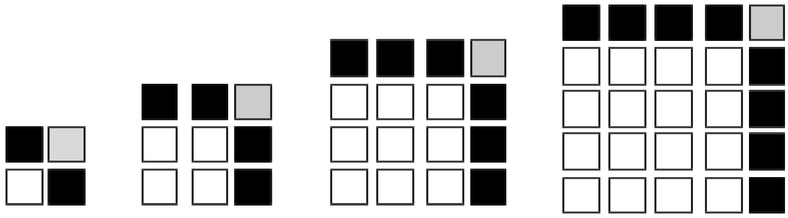


fig.1 fig.2 fig.3 fig.4 (...)

Admitindo que se mantém a lei de formação:

1.1. Completa a seguinte tabela.

n.º da figura	número de quadrados brancos	número de quadrados pretos	número de quadrados cinzentos
1			
2			
3			
4			
5			
...	...	...	...
n			

1.2. Sabendo que uma figura tem 14 quadrados pretos, quantos quadrados terá no total?

1.3. O Filipe e a Joana escreveram o termo geral da sequência do número total de quadrados, recorrendo a expressões diferentes.

- Joana: $n^2 + 2n + 1$
- Filipe: $(n + 1)^2$

Identifica possíveis processos de contagem de quadrados em que a Joana e o Filipe se podem ter baseado.

1.4. Mostra, algebricamente, que as expressões escritas pela Joana e pelo Filipe são equivalentes.

2. Mostra que $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, para quaisquer números reais a e b.

3. Completa os espaços em branco:

3.1. $(x + ...)^2 = ... + 12x + 36$

3.2. $(........ - 3)^2 = 4a^2 - .... + ...$

3.3. $\left(-\frac{3}{2}b + ...\right)^2 = ... - .... + 25$

3.4. $\left(........ + \frac{1}{2}\right)^2 = ... + 4y + ...$

4. Fatoriza as seguintes expressões:

4.1. $t^2 + 14t + 49$

4.2. $9c^2 + 24c + 16$

4.3. $x^2 - x + \frac{1}{4}$

5. Simplifica as seguintes expressões:

5.1. $(a + 3)^2 + (2a - 1)^2$

5.2. $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - 2x\left(x + \frac{3}{2}\right)$

6. O João pretende simplificar a seguinte expressão $\frac{a^2-16a+64}{2(a-8)}$, $a \neq 8$.

Ajuda o João a simplificá-la.

Tarefa 3 - Missão: Diferença de Quadrados

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 3 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Aplicar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição de monómios;
- Generalizar casos notáveis a partir de conhecimentos prévios relativos a operações com polinómios;
- Fatorizar polinómios recorrendo à propriedade distributiva ou aos casos notáveis;
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- Reconhecer a correção, a diferença e a eficácia de diferentes estratégias da resolução de um problema;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ouvir os outros, questionar e discutir as ideias de forma fundamentada, e contrapor argumentos;
- Trabalhar com os outros;
- Reconhecer o valor das suas ideias e processos matemáticos desenvolvidos.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 4 ou 5 elementos.
A questão 1. permitiu que os alunos utilizassem diversas estratégias, alguns recorrendo à tecnologia (folha de cálculo) de forma autónoma, tendo no final apresentado as suas estratégias a toda a turma.
Após a exploração da questão 3., generalizou-se a expressão do desenvolvimento da diferença de quadrados.

Missão: Diferença de Quadrados

1. Considera a tarefa que a seguir se apresenta:

Diferença de dois quadrados

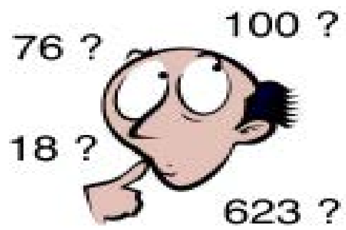
$2^2 - 1^2$ $5^2 - 3^2$

$25^2 - 24^2$ $15^2 - 7^2$

> Alguns números naturais podem ser escritos como a diferença entre os quadrados de dois números naturais.
> Por exemplo:
> 9 pode ser escrito como $5^2 - 4^2$

$10^2 - 7^2$ $100^2 - 99^2$

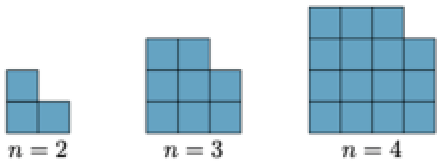
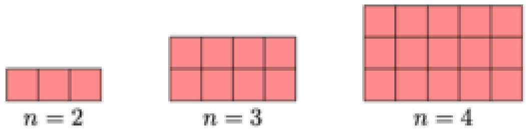
Que números naturais podem ser expressos como diferença dos quadrados de dois números naturais? Justifica a tua resposta.



(Fonte: Adaptado de 2015 MARS, Shell Center, University of Nothingam. https://www.map.mathshell.org/lessons.php?unit=8205&collection=8)

Sugestão: Começa por experimentar com diferentes números naturais. Em seguida, regista as tuas experiências de forma organizada para te ajudar a tirar conclusões.

2. Considera as seguintes sequências:

Sequência A	
Sequência B	

2.1. Admitindo que, em cada uma das sequências, se mantém a mesma lei de formação, completa a seguinte tabela:

ordem	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$
Termo da sequência A					
Termo da sequência B					

2.2. Que relação podes estabelecer entre os termos das sequências A e B presentes na tabela anterior?

2.3. Qual das seguintes expressões é termo geral da sequência A?

(A) $n - 1$ **(B)** $2n - 1$ **(C)** $(n + 1)^2 - 1$ **(D)** $n^2 - 1$

Justifica a tua opção.

2.4. Qual das seguintes expressões é termo geral da sequência B?

(A) $(n - 1)^2$ **(B)** $(n + 1)(n - 1)$ **(C)** $(n + 1)^2$ **(D)** $n + 1$

Justifica a tua opção.

2.5. O que podes dizer sobre os termos gerais das duas sequências? Justifica.

3. Considera a seguinte expressão $(x + y)(x - y)$, para quaisquer números reais.

3.1. Prova que $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$.

3.2. Como podes descrever a relação que provaste anteriormente, em linguagem corrente?

4. Simplifica as seguintes expressões:

4.1. $(a+5)(a-5)=$

4.2. $(3b-1)(3b+1)=$

4.3. $(2c-6)(2c+6)+(2c-3)(3c+3)=$

5. Estabelece a correspondência entre a expressão em linguagem matemática e a correspondente em linguagem natural, onde x representa um número real.

	● soma do quadrado de um número com cinco
$(x-5)^2$ ●	● quadrado da soma de um número com cinco
x^2-5 ●	● diferença de um número com o quadrado de cinco
$(x+5)^2$ ●	● quadrado da diferença de um número com cinco
x^2+5 ●	● diferença do quadrado de um número com cinco
	● soma de um número com o quadrado de cinco

Tarefa 4 - “Notáveis” com Scratch

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 4 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Generalizar casos notáveis a partir de conhecimentos prévios relativos a operações com polinómios;
- Fatorizar polinómios recorrendo à propriedade distributiva ou aos casos notáveis;
- Extrair a informação essencial de um problema;
- Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema;
- Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes;
- Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em grupos de 2 ou 3 elementos.
O professor partilhou com os alunos um projeto *Scratch* que apresentava o desenvolvimento do caso notável do tipo $(ax + b)^2$. Depois de executarem esse projeto, com alguns exemplos concretos, foi solicitado aos alunos que alterassem o código de modo a permitir o desenvolvimento das expressões do tipo $(ax + b)(ax - b)$.
Como extensão da tarefa, pode ser proposto o desenvolvimento de outro projeto que apresente o desenvolvimento de expressões do tipo $(ax + b)(cx + d)$.

“Notáveis” com *Scratch*

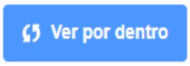
1. Considera a expressão $(x + 6)^2$.

1.1. No caderno, escreve o seu desenvolvimento.

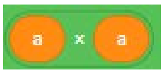
1.2. A expressão dada é da forma $(ax + b)^2$. Identifica os valores de a e de b.

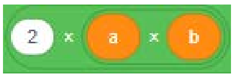
1.3. Recorre ao link https://scratch.mit.edu/projects/1031347531/ e executa o projeto que te permite desenvolver a expressão anterior, validando a tua resposta.

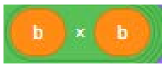
2. Volta a responder à questão anterior, agora para a expressão $(2x - 1)^2$.

3. Clica em ver por dentro (

) e analisa o projeto.

Explica o significado de 

, de 

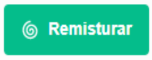
e de 

.

4. No teu caderno, faz o desenvolvimento das seguintes expressões:

4.1. $(x - 3)(x + 3)$;

4.2. $(2x + 5)(2x - 5)$.

5. Altera o projeto que analisaste na questão 3, remisturando-o (

), por forma a obteres um programa que permita desenvolver as expressões do tipo $(ax + b)(ax - b)$.

6. Testa o teu programa com as expressões anteriores e outras inventadas por ti.

7. Guarda o projeto que criaste e partilha o link com o teu professor.

Tarefa 5 - “*Upgrade*” nas equações

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 5 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer equações do 2.º grau a uma incógnita;
- Traduzir situações em contextos matemáticos e não matemáticos por meio de uma equação do 2.º grau e vice-versa;
- Extrair a informação essencial de um problema;
- Estruturar a resolução de problemas por etapas de menor complexidade de modo a reduzir a dificuldade do problema;
- Reconhecer ou identificar padrões e regularidades no processo de resolução de problemas e aplicá-los em outros problemas semelhantes;
- Desenvolver um procedimento (algoritmo) passo a passo para solucionar o problema, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Procurar e corrigir erros, testar, refinar e otimizar uma dada resolução;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Trabalhar com os outros;
- Tomar decisões fundamentadas em argumentos próprios.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Após a questão 1.2. foi definida a equação do 2.º grau, tal como a sua forma canónica. Foram também identificadas equações do 2.º grau completas e incompletas.
A questão 4., teve por objetivo levar os alunos a sentirem a necessidade de encontrar mais do que uma solução.

"*Upgrade*" nas equações

1. Relembra que:

O grau de um polinómio é o maior grau dos monómios que o constituem, quando escrito na forma reduzida.

1.1. Determina o grau de cada um dos seguintes polinómios:

1.1.1. 2

1.1.2. $-3m^2 + 7m - 2$

1.1.3. $3b^2 - b^3$

1.2. Qual(is) das seguintes equações é(são) do 2.º grau a uma incógnita?

(A) $3a + 2 = 2a$

(B) $5c^2 - 2c + 3 = 0$

(C) $3a^2 + 2 = 2a$

(D) $e^3 = 8$

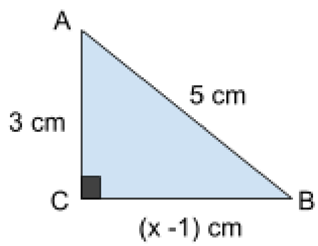
(E) $d^3 + 1 - d^3 = 4d^2$

(F) $d^3 = 4d^2$

2. Considera a equação de 2.º grau incompleta $x^2 + x = 0$.

De entre os valores -2, -1, 0, 1 e 2, verifica qual(is) o(s) valor(es) que é(são) solução(ões) da equação. Explica a tua resposta.

3. Considera o seguinte triângulo retângulo em C.



Sabe-se que:

- $\overline{AC} = 3$ cm;
- $\overline{AB} = 5$ cm;
- $\overline{BC} = (x - 1)$ cm, com $x > 1$.

3.1. Qual das seguintes equações permite determinar o valor de $\overline{BC}$?

(A) $x - 1 + 3 = 5$

(B) $(x - 1)^2 - 9 = 25$

(C) $(x - 1)^2 + 9 = 25$

(D) $(x - 1)^2 + 3 = 5$

3.2. Sabendo que $x^2 - 2x - 15 = 0$ também permite determinar o valor de $\overline{BC}$:

3.2.1. verifica que -3 e 5 são soluções desta equação;

3.2.2. podes considerar as duas soluções da equação como solução do problema? Explica a tua resposta.

4. O Pedro pensou num desafio que envolve números inteiros:

"A diferença entre o quadrado de um número e o seu quádruplo é 621. Qual é esse número?"

Recorrendo a uma folha de cálculo, define uma estratégia que permita resolver o desafio colocado pelo Pedro.

Explica como procedeste.

Tarefa 6 - Missão: Anular o produto!

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 6 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Conhecer e aplicar a lei do anulamento do produto;
- Descrever, questionar e comentar resoluções de equações do 2.º grau;
- Apresentar e explicar ideias e raciocínios aos outros, discutindo de forma fundamentada e contrapondo argumentos;
- Apresentar e explicar ideias e raciocínios aos outros, discutindo de forma fundamentada e contrapondo argumentos;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Produzir estratégias adequadas pouco habituais na turma.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Após a questão 1., formalizou-se e explorou-se a lei do anulamento do produto.
Com a questão 4. pretendeu-se apresentar uma alternativa à utilização da lei do anulamento do produto.

Missão: Anular o produto!

1. Considera a família de equações $(ax + b)(cx + d) = 0$.

1.1. Completa a tabela que a seguir se apresenta, procedendo da seguinte forma:

- **1.º passo:** identifica os valores de a, b, c e d, e escreve-os no local respetivo;
- **2.º passo**: acede ao projeto "Missão: Anular o produto!" (https://scratch.mit.edu/projects/1031543450/), e utiliza-o, para cada uma das equações apresentadas;
- **3.º passo**: escreve as soluções dadas pelo programa nos respetivos espaços da tabela.

	Valores				Soluções
	a	b	c	d	
$(x + 2)(x - 5) = 0$					
$x\,(x + 4) = 0$					
$(x - 3)\,x = 0$					
$(2x - 6)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$					

1.2. Justifica que as soluções encontradas pelo projeto *scratch* são as soluções de cada uma das equações anteriores.

1.3. Escreve uma equação do tipo $(ax + b)(cx + d) = 0$, de modo que -1 e 6 sejam as suas soluções. Explica como pensaste.

2. Das equações que a seguir se apresentam, seleciona a(s) que reúne(m) as condições para a aplicação da lei do anulamento do produto.

(A) $(x + 2)(x - 5) = 2$

(B) $(x + 3) + (x - 4) = 6$

(C) $(x + 3) = 2(x - 3)$

(D) $(x + 3)(x - 1) = 0$

Explica a(s) tua(s) opção(ões).

3. Resolve as seguintes equações:

3.1. $x(x + 7) = 0$

3.2. $(x + 4)(x - 4) = 0$

3.3. $(2x + 4)\left(x - \frac{1}{2}\right) = 0$

3.4. $2x\,(3x - 5) = 0$

4. A Filipa apresentou a seguinte resolução para a equação $(x + 1)(2x - 2) = 6$, mas ela contém um erro:

$$
\begin{aligned}
& (x + 1)(2x - 2) = 6 \\
\Leftrightarrow\ & x + 1 = 6 \ \vee\ 2x - 2 = 6 \\
\Leftrightarrow\ & x = 6 - 1 \ \vee\ 2x = 6 + 2 \\
\Leftrightarrow\ & x = 5 \ \vee\ 2x = 8 \\
\Leftrightarrow\ & x = 5 \ \vee\ x = \frac{8}{2} \\
\Leftrightarrow\ & x = 5 \ \vee\ x = 4
\end{aligned}
$$

4.1. Identifica o erro.

4.2. Resolve a equação com o Photomath ( ) e, de seguida, descreve como se procedeu.

Tarefa 7 - Mix de Equações de 2.º grau

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 7 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Resolver equações do 2.º grau completas com recurso a casos notáveis, em situações de reconhecimento direto do caso notável;
- Reconhecer equações possíveis determinadas e impossíveis;
- Resolver problemas que envolvam equações do 2.º grau, em diversos contextos;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo;
- Classificar objetos atendendo às suas características;
- Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Procurou valorizar-se a diversificação de estratégias na resolução de equações do segundo grau.
Após a questão 5 procurou-se distinguir equações possíveis determinadas e equações impossíveis.
Na questão 9. um dos elementos de cada par resolveu as questões da coluna 9.1, 9.3 e 9.5 e o outro as questões 9.2, 9.4 e 9.6, trocando, de seguida, as resoluções entre si. Cada aluno coavaliou as resoluções do colega (analisou-as e deu, de seguida, feedback).

Mix de Equações de 2.º grau

1. Considera a equação $3x^2 + 2x = 0$.

1.1. A equação tem as condições para a aplicação direta da lei do anulamento do produto? Explica a tua resposta.

1.2. Escreve uma equação equivalente à dada que permita a aplicação da lei do anulamento do produto.

1.3. Resolve a equação.

2. Resolve as seguintes equações:

2.1. $3y^2 + 6y = 0$

2.2. $w^2 = 3w$

2.3. $z(2z + 1) = 2z$

3. Considera a equação $x^2 - 25 = 0$.

3.1. A equação tem as condições para a aplicação direta da lei do anulamento do produto? Explica a tua resposta.

3.2. Escreve uma equação equivalente à dada que permita a aplicação da lei do anulamento do produto.

3.3. Resolve a equação aplicando a lei do anulamento do produto.

3.4. Resolve a equação inicial por um processo diferente do utilizado na alínea anterior.

4. Resolve as seguintes equações:

4.1. $4p^2 - 9 = 0$

4.2. $5 - q^2 = 2$

4.3. $r(r + 3) = 3r + 7$

5. Considera a família de equações do tipo $x^2 - c = 0$.

5.1. Se $c = 9$, quantas soluções tem a equação?

5.2. Se $c = 0$, quantas soluções tem a equação?

5.3. Se $c =- 4$, quantas soluções tem a equação?

5.4. Indica os valores de c, de modo que a equação $x^2 - c = 0$:

5.4.1. tenha duas soluções;

5.4.2. tenha uma solução;

5.4.3. não tenha soluções.

6. Considera a equação $x^2 - 6x + 9 = 0$.

6.1. A equação tem as condições para a aplicação direta da lei do anulamento do produto? Explica a tua resposta.

6.2. Resolve a equação com o Photomath ( ) e, de seguida, descreve como se procedeu.

7. Resolve as seguintes equações:

7.1. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$

7.2. $x^2 + 14x + 49 = 0$

7.3. $x(x - 2) =- 1$

8. Considera a equação $x^2 - 10x + 25 = 0$.

8.1. Resolve-a.

8.2. Considera a resolução que é proposta para a equação $x^2 - 10x + 24 = 0$. Explica cada um dos passos da resolução.

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 24 + 1 = 0 + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 25 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x - 5)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x - 5 = \pm\sqrt{1}$$

$$\Leftrightarrow x =- 1 + 5 \ \vee x = 1 + 5$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \ \vee x = 6$$

9. Vamos resolver equações e analisar a resolução do nosso colega de secretária.
Cada aluno resolve três das equações apresentadas e depois trocam as resoluções para análise.

Aluno 1		**Aluno 2**	
9.1.	$5x^2 + 8x =- 2x$	9.2.	$4x^2 - 3x = 5x$
9.3.	$\frac{1}{4} - x^2 = 0$	9.4.	$1 - \frac{1}{9}x^2 = 0$
9.5.	$x^2 - 12x =- 36$	9.6.	$x^2 + 20x =- 100$

10. Um retângulo tem área e perímetro de igual valor numérico e o comprimento é o dobro da largura.

10.1. Escreve uma equação que traduza a situação anterior.

10.2. Resolve a equação e indica as dimensões do retângulo.

(Fonte: Brochura Sequências e Equações, NPMEB 2011)

Tópico

Expressões algébricas, equações e inequações (II)

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - (Des)igualdades	● Inequações do 1.º grau a uma incógnita				X	X	X	X							X
2	Tarefa 2 - Inequações - resolver e decidir	● Resolução de inequações	X										X		X	

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - (Des)igualdades

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer inequações do 1.º grau a uma incógnita;
- Traduzir situações em contextos matemáticos e não matemáticos por meio de uma inequação do 1.º grau a uma incógnita e vice-versa;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar a linguagem simbólica matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Aplicar ideias matemáticas na resolução de problemas de contextos diversos (outras áreas do saber, realidade, profissões);
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Voltaram a ser utilizadas as balanças, como suporte didático, desta vez, para introduzir o conceito de inequação.

(Des)igualdades

1. Considera a seguinte desigualdade $3 < 5$.

Averigua o que acontece ao sentido dessa desigualdade, de acordo com cada situação apresentada e preenche a seguinte tabela:

	O sentido da desigualdade…	
Quando…	Altera	Não altera
adicionas a ambos os membros da desigualdade o mesmo valor		
subtrais a ambos os membros da desigualdade o mesmo valor		
multiplicas ambos os membros da desigualdade por um valor positivo		
multiplicas ambos os membros da desigualdade por um valor negativo		

2. Para cada uma das situações usa os sinais $<$, $\leq$, $>$ ou $\geq$, de modo a obteres proposições verdadeiras .

2.1. Se $x <- 3$ então $x + 5$ ……. 2 .

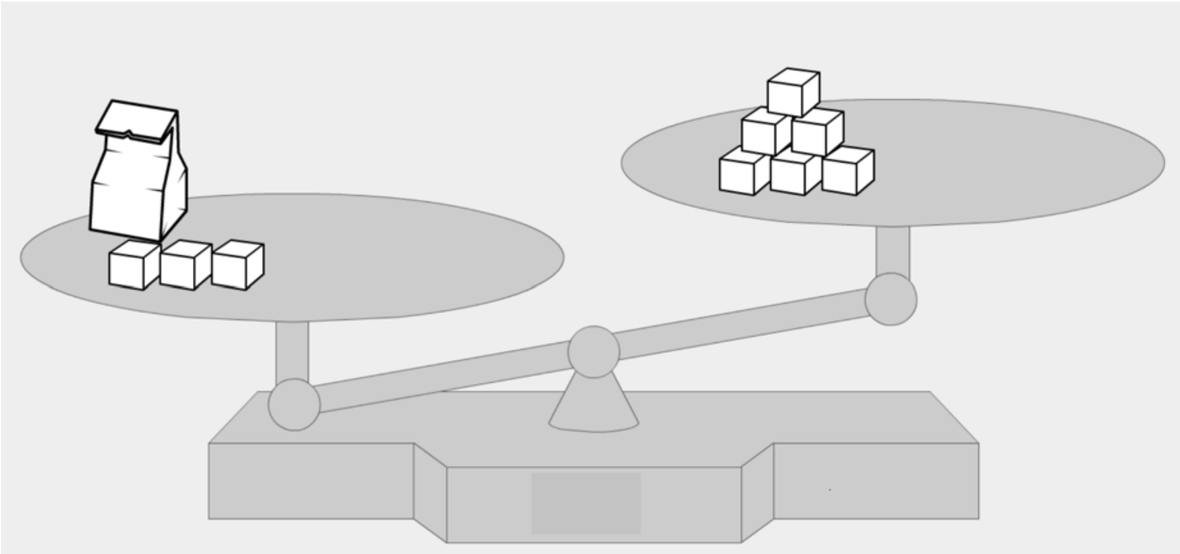
2.2. Se $x > 0$ então $x - \frac{1}{3}$ ……. $-\frac{1}{3}$.

2.3. Se $- 4 \geq a$ então $- 8$ ……. $2a$.

2.4. Se $\frac{1}{5} \geq b$ então $-\frac{1}{5}$ ……. $-b$.

2.5. Se $- 3c < 4$ então c ……. $-\frac{4}{3}$.

3. Observa o esquema seguinte.



Fonte: Imagem da balança retirada de [Balancing Scales to Solve Equations (pbslearningmedia.org)]

3.1. Esta balança apresenta uma situação de equilíbrio? Explica porquê.

3.2. Considera que a massa de cada cubo é 1 kg e que p representa o peso do pacote.

3.2.1. Indica, justificando, qual a expressão que traduz a situação apresentada.

(A) $3p < 6$

(B) $p + 3 > 6$

(C) $p + 3 = 6$

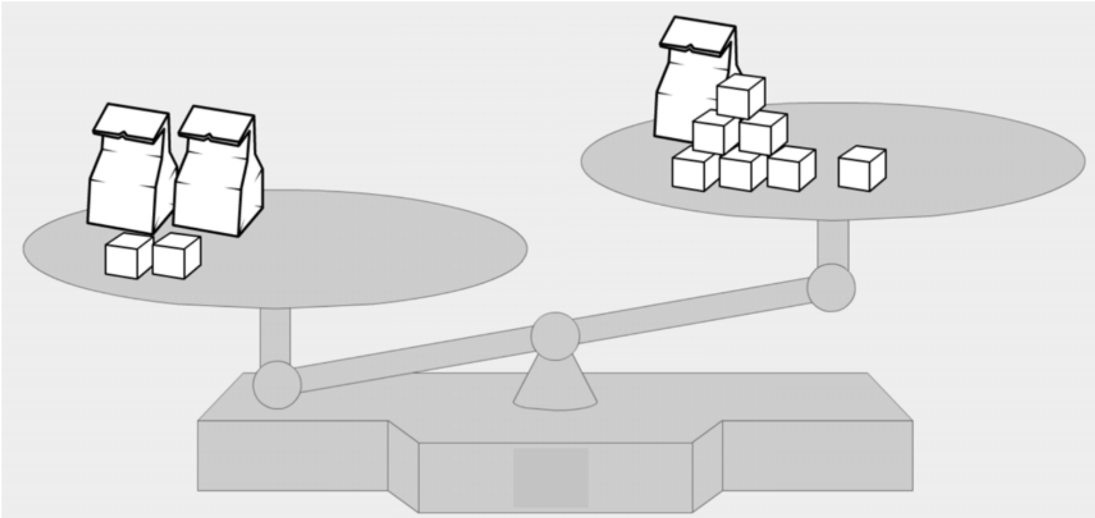
(D) $p + 3 < 6$

3.2.2. Indica um valor para p, de modo que não se altere a situação apresentada na balança. Será o único? Explica a tua resposta.

3.2.3. Indica um valor para p, de modo que a situação altere a situação apresentada na balança. Será o único? Explica a tua resposta.

3.2.4. Qual a representação matemática, que podes utilizar, para os pesos possíveis do pacote de modo a que não se altere a situação apresentada na balança? Apresenta-a.

4. Observa o esquema seguinte.



Fonte: Imagem da balança retirada de [Balancing Scales to Solve Equations (pbslearningmedia.org)]

Considera que a massa de cada cubo é 1 kg e que p representa o peso de cada saco.

4.1. Traduz a situação por meio de uma inequação, identificando o significado da variável.

4.2. O valor $p = 5,5$ é um valor possível para a situação apresentada? Explica a tua resposta.

4.3. Quais os valores possíveis para o peso de cada saco? Mostra como chegaste à resposta.

Tarefa 2 - Inequações - resolver e decidir

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Resolver inequações do 1.º grau a uma incógnita;
- Resolver problemas que possam ser representados através de inequações;
- Reconhecer e aplicar as etapas do processo de resolução de problemas;
- Aplicar e adaptar estratégias diversas de resolução de problemas, em diversos contextos;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.
Antes da realização da tarefa, foram recuperadas algumas das questões da tarefa anterior, onde, em grande grupo, se introduziram os princípios de equivalência para a resolução de inequações do 1.º grau a uma incógnita.
Alguns dos itens da questão 2. foram resolvidos fora da sala de aula, como forma de estimular o trabalho autónomo e facilitar a gestão de tempo.

Inequações - resolver e decidir

No 7.º ano, para resolveres equações, estudaste dois princípios de equivalência. Nas inequações, também se aplicam dois princípios de equivalência. A saber: **1.º Princípio de equivalência:** Quando se adiciona ou subtrai o mesmo número a ambos os membros de uma inequação obtém-se uma inequação equivalente. **2.º Princípio de equivalência:** Quando se multiplica ou divide ambos os membros de uma inequação pelo mesmo número diferente de zero, obtemos uma inequação equivalente, em que se: ● mantém o sentido da desigualdade se o número for positivo ● inverte o sentido da desigualdade se o número for negativo.

1. O Pedro e o Filipe resolveram algumas inequações, como se mostra em seguida.

(A)	**(B)**	**(C)**
$2a + 4 \leq a - 1$ $\Leftrightarrow 2a - a \leq -1 - 4$ $\Leftrightarrow a \leq -5$ $a \in \;]-\infty, -5]$	$-3b < 5$ $\Leftrightarrow \frac{-3b}{-3} > \frac{5}{-3}$ $\Leftrightarrow b > -\frac{5}{3}$ $b \in \;]-\frac{5}{3}, +\infty[$	$5c + 7 \leq 2c + 1$ $\Leftrightarrow 5c - 2c \leq 1 - 7$ $\Leftrightarrow 3c \leq -6$ $\Leftrightarrow \frac{3c}{3} \leq \frac{-6}{3}$ $\Leftrightarrow c \leq -2$ $c \in \;]-\infty, -2]$

Identifica os princípios de equivalência que foram utilizados na resolução de cada uma das inequações apresentadas.

2. Resolve as seguintes inequações.

Apresenta cada conjunto solução na forma de um intervalo de números reais.

2.1. $3x - 3 + 2x < 7x + 1$

2.2. $-3(x + 5) < 0$

2.3. $2 - (x + 3) \geq 4x + 7$

2.4. $\frac{a}{7} - 1 \leq 2a$

2.5. $2b - \frac{b+3}{5} > 2b - 1$

2.6. $\frac{1}{3}(x + 2) > \frac{5x}{2} + 1$ (Fonte: IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, Época Especial)

2.7. $2(3 - x) < \frac{3x+4}{3}$ (Fonte: IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, 2.ª fase)

2.8. $\frac{3(1-x)}{4} \geq \frac{x}{3} + 1$ (Fonte: IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, 1.ª fase)

2.9. $\frac{2x-5}{3} + \frac{1}{2}(x - 1)$ (Fonte: IAVE (2022), Prova Final 3.º Ciclo, 2.ª fase)

3. Sabe-se que:

"*A soma do triplo de um número com 5 é maior do que a sua diferença com três*".

3.1. Seja x, esse número.

Seleciona a expressão que traduz a situação apresentada.

(A) $3(x + 5) > x - 3$

(B) $3x + 5 \leq x - 3$

(C) $3x + 5 \geq x - 3$

(D) $3x + 5 > x - 3$

3.2. Quais são os números que verificam a condição apresentada?

4. Seja w o menor número inteiro que verifica a seguinte condição:

"*o dobro da sua diferença com 3 é menor do que o seu triplo*"

Indica o valor de w.

5. O António, vai ter a última avaliação na disciplina de Matemática.

As classificações obtidas nos restantes quatro elementos de avaliação foram:

Elemento de avaliação	Classificação obtida (em %)
1.º	98
2.º	94
3.º	100
4.º	78

Como o António pretende que a sua média não seja inferior a 90%, qual é a classificação mínima que poderá obter neste 5.º elemento de avaliação?

Mostra como chegaste à tua resposta.

6. O quadrilátero $[ABCD]$ é um retângulo.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 3c + 5$;
- $\overline{BC} = c$.

Quais são valores possíveis para c, de modo que o perímetro do retângulo seja inferior a 26.

Tópico

Funções (II)

Conteúdos de aprendizagem por tarefa

			Capacidades Matemáticas						Capacidades e atitudes gerais transversais							
Aulas 50 min	**Nome da Tarefa**	**Subtópicos**	RP	RM	PC	Com	Re	Con	PCr (D)	Cri (D)	Col (E)	AC (F)	Aut (F)	IA (F)	Per (F)	Val (I)
2	Tarefa 1 - Quadrados e quadradinhos	• Funções quadráticas da forma $f(x) = ax^2, a \in R \setminus \{0\}$		X			X		X				X			
3	Tarefa 2 - Decidir com funções	• Funções quadráticas da forma $f(x) = ax^2, a \in R \setminus \{0\}$					X	X							X	X

Legenda

RP - Resolução de Problemas
RM - Raciocínio Matemático
PC - Pensamento Computacional
Com - Comunicação Matemática
Re - Representações Matemáticas
Con - Conexões Matemáticas

D - Pensamento crítico e pensamento criativo
E - Relacionamento interpessoal
F - Desenvolvimento pessoal e autonomia
I - Saber científico, técnico e tecnológico

PCr - Pensamento Crítico
Cri - Criatividade
Col - Colaboração
AC - Autoconfiança
Aut - Autorregulação
IA - Iniciativa e Autonomia
Per - Perseverança
Val - Valorização do papel da Matemática

Tarefa 1 - Quadrados e quadradinhos

Notas para o professor:

A exploração da tarefa 1 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Reconhecer que a expressão algébrica de uma função quadrática é um polinómio do 2.º grau;
- Identificar as características do gráfico da família de funções do tipo $f(x) = ax^2, a \in R \setminus \{0\}$;
- Formular e testar conjeturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Justificar que uma conjetura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Analisar e discutir ideias, centrando-se em evidências;
- Analisar criticamente as resoluções realizadas por si e melhorá-las.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/u5djwgsc. Deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Quadrados e quadradinhos

1. Vamos trabalhar com quadrados cujos lados são construídos com fósforos.

Quando se refere o quadrado 1×1 considera-se o quadrado em que cada lado é 1 fósforo. Ao referirem-se os quadrados 2×2 ou 3×3, consideram-se os quadrados cujos lados são 2 ou 3 fósforos, respetivamente, mas que se podem subdividir em quadrados do tipo 1×1, como mostram as figuras.

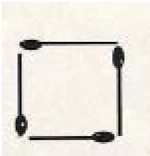
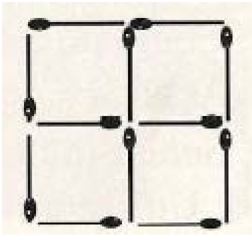
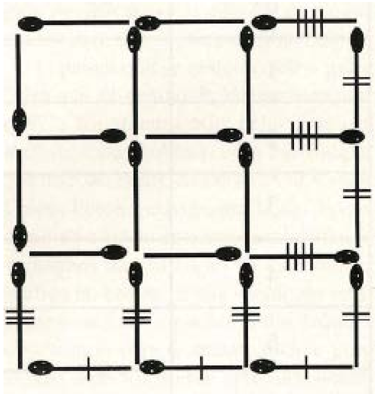
		

figura 1	figura 2	figura 3

(Fonte: Adaptado de Projeto GEM. (1994), Quadrados com fósforos, Educação e Matemática, 29, 27-28)

1.1. Quantos quadrados do tipo 1×1 existem na figura 4? E na figura 5?

1.2. Qual a figura composta por 81 quadrados do tipo 1×1?

1.3. Seja x o número da figura e y o número de quadrados do tipo 1×1 dessa figura.

Escreve a expressão que relaciona y com x.

1.4. Recorre à apliqueta com o código **HZHM VD7H**, procede conforme o protocolo apresentado e responde às questões:

- completa a tabela (Tabela) que te é apresentada, onde a primeira coluna representa o número da figura e a segunda o número de quadrados do tipo 1×1.
- no menu Álgebra (Álgebra) insere a expressão da função que escreveste na questão em **1.3.** .

1.4.1. Que relação é possível estabelecer entre a representação gráfica da função e os pares ordenados da tabela preenchida?

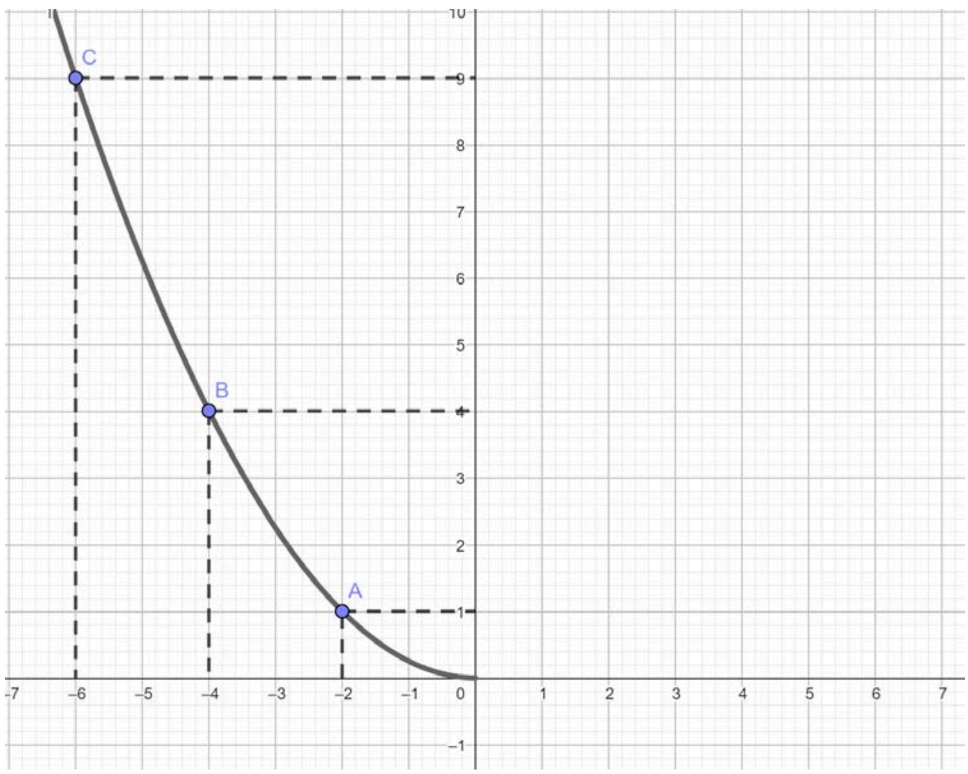
1.4.2. Na tabela acrescenta abcissas simétricas às anteriormente registadas e as respetivas imagens, de acordo com a função que escreveste em 1.3.. O que podes dizer sobre as ordenadas dos pontos de abcissa simétrica? Justifica a tua resposta.

1.4.3. Diz se é verdadeira ou falsa a seguinte proposição, justificando:

"O eixo Oy (eixo das ordenadas) é um eixo de simetria do gráfico da função."

1.4.4. Qual(is) a(s) coordenada(s) do(s) ponto(s) da função que pertencem ao eixo de simetria?

2. Na figura seguinte está parte da representação gráfica de uma função do tipo $y = ax^2$.



2.1. Completa o gráfico, atendendo aos dados fornecidos e às características da função quadrática.

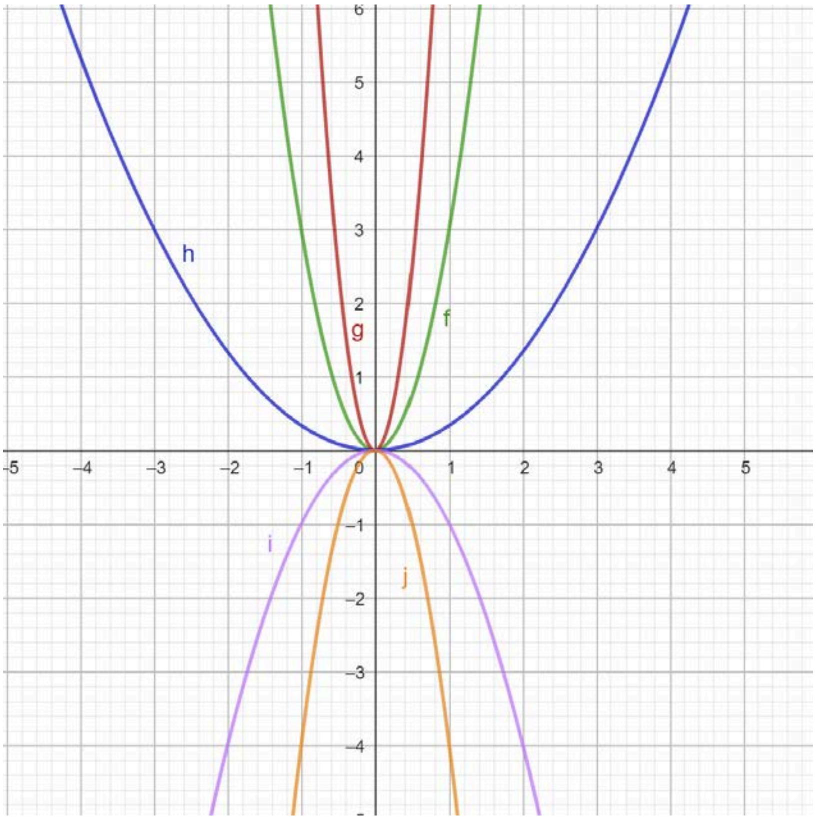
2.2. Qual das seguintes expressões representa a função quadrática anterior? Explica a tua opção.

(A) $y = \frac{1}{2}x^2$ **(B)** $y = 2x^2$ **(C)** $y = \frac{1}{4}x^2$ **(D)** $y = 4x^2$

3. Acede à apliqueta disponível através do QR code da figura ao lado (ou através da ligação https://www.geogebra.org/m/wfwkjkhs). Movimenta o seletor ***a***, e observa os efeitos que os diferentes valores têm no gráfico da família de funções $f(x) = ax^2$.

Estabelece uma conjetura que relacione os valores do parâmetro ***a*** com a representação gráfica.

4. Na figura seguinte estão cinco representações gráficas de funções da família $y = ax^2$.



Faz corresponder a cada expressão analítica a respetiva representação gráfica, explicando as tuas opções.

(I) $y =- x^2$ **(II)** $y = 3x^2$ **(III)** $y = 10x^2$ **(IV)** $y =- 4x^2$ **(V)** $y = \frac{x^3}{3}$.

Tarefa 2 - Decidir com funções

<u>Notas para o professor:</u>

A exploração da tarefa 2 procura contribuir para o desenvolvimento dos seguintes objetivos de aprendizagem:

- Identificar diferenças entre o gráfico de uma função quadrática e o de uma função afim;
- Reconhecer funções quadráticas no mundo real;
- Ler e interpretar ideias e processos matemáticos expressos por representações diversas;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas;
- Estabelecer relações e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias/processos matemáticos, nomeadamente recorrendo à tecnologia;
- Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade;
- Não desistir prematuramente da resolução da tarefa;
- Reconhecer a importância da Matemática para a interpretação e intervenção em situações da realidade.

Os alunos trabalharam esta tarefa organizados em pares.

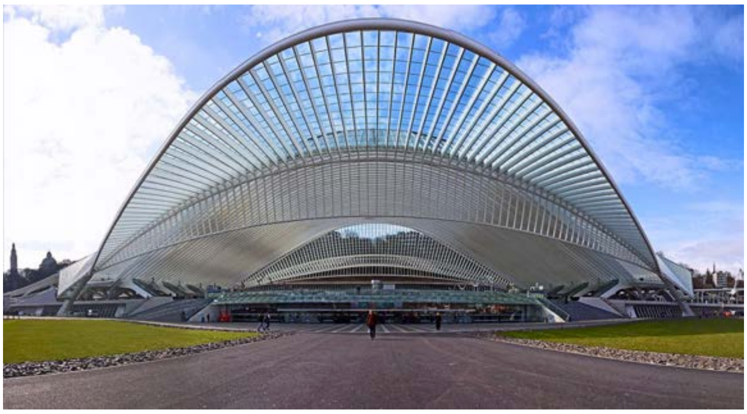
As atividades que permitem gerar as Tarefas do *GeoGebra* aqui utilizadas estão disponíveis em https://www.geogebra.org/m/u5djwgsc. Deverá começar por copiar a atividade que pretende usar com os seus alunos e gravá-la na sua conta. De seguida, transformá-la em Tarefa do GeoGebra. Só procedendo deste modo poderá guardar as resoluções dos seus alunos na sua área de trabalho.

Decidir com funções

1. Santiago Calatrava Valls (nascido em 28 de julho de 1951) é um arquiteto, engenheiro estrutural, escultor e pintor espanhol, particularmente conhecido por suas pontes sustentadas por postes inclinados, e por suas estações ferroviárias, estádios e museus, cujas formas escultóricas muitas vezes se assemelham a organismos vivos.

Uma das suas obras é a Estação/Gare Liège-Guillemins, a principal estação da cidade de Liège, no leste da Bélgica.

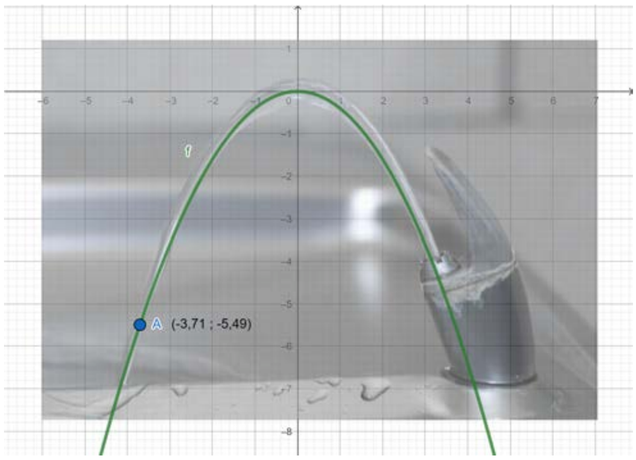
Com recurso à apliqueta com o código **V2CK CKZC**, usa o menu Álgebra para introduzir uma expressão de uma função quadrática que se adeque (modele) ao arco superior da estrutura apresentada na fotografia ao lado.



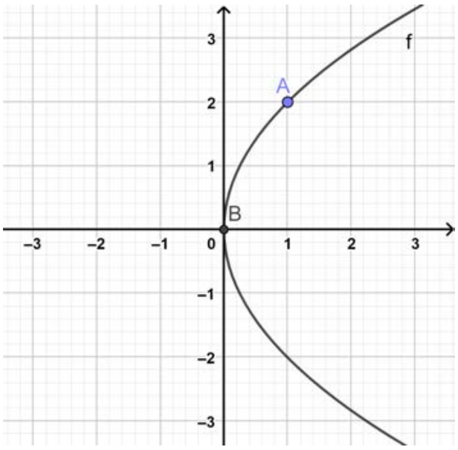
(Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Santiago_Calatrava#)

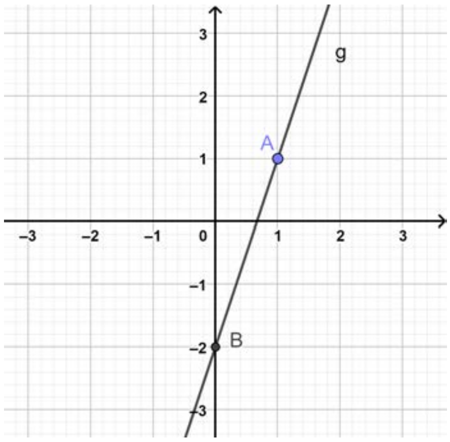
2. O repuxo de água de um bebedouro, apresenta uma forma parabólica.

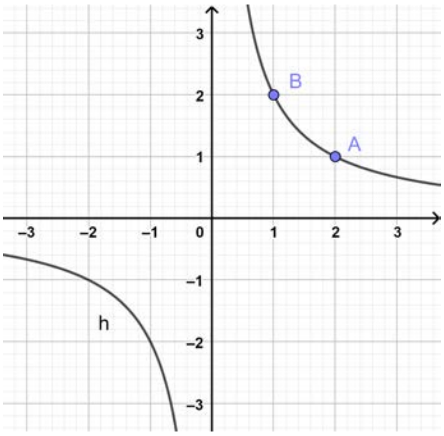
De acordo com os dados fornecidos na figura ao lado, qual a expressão algébrica que modela a situação apresentada?

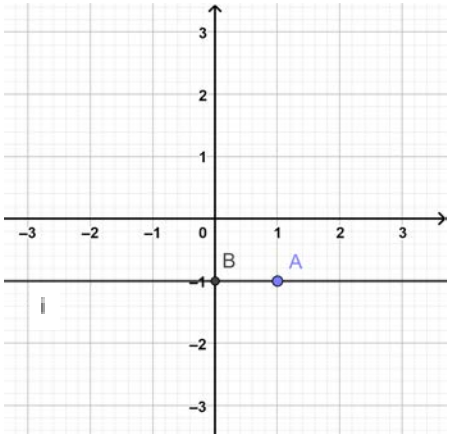


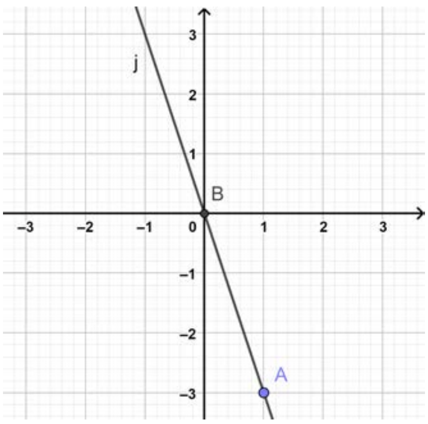
3. Considera as seguintes representações gráficas:

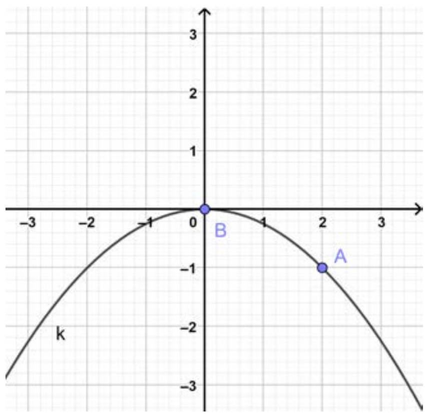


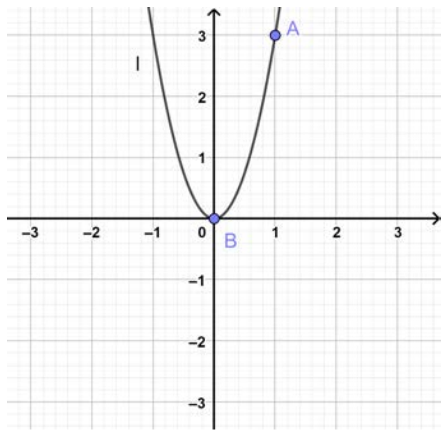


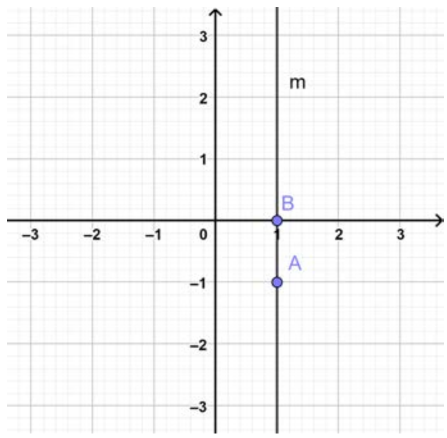








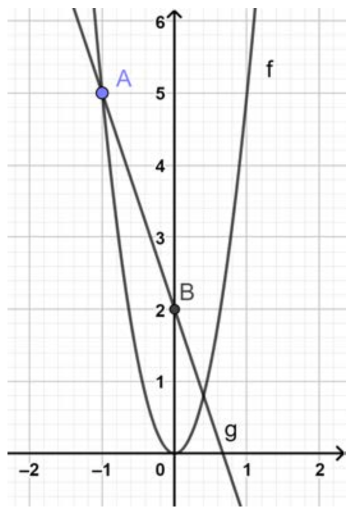




3.1. Quais dos gráficos anteriores podem representar funções? Justifica.

3.2. Para cada uma das funções encontradas, indica a família a que pertence, e apresenta a respetiva expressão algébrica.

4. Na figura estão representadas partes dos gráficos da reta g e de uma função quadrática definida por $f(x) = ax^2$, com $a \neq 0$.

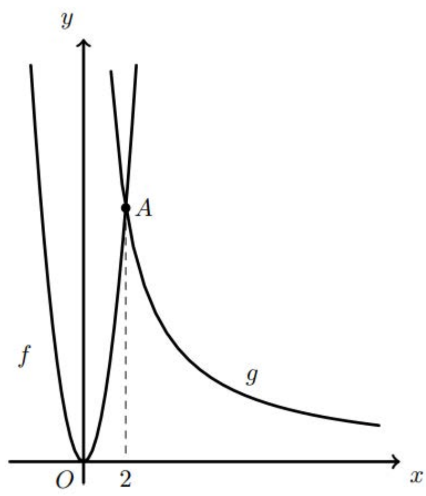


A reta interseta a função quadrática no ponto de coordenadas $(-1, 5)$ e o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, 2)$.

4.1. Determina o valor de a.

4.2. Determina a expressão algébrica da reta g.

5. Na figura ao lado, estão representadas, em referencial cartesiano, parte do gráfico de uma função quadrática, f, e parte do gráfico de uma função de proporcionalidade inversa, g.



Sabe-se que:

- a função f é definida por $f(x) = 3x^2$;
- a função g é definida por uma expressão da forma $g(x) = \frac{a}{x}$, com $a > 0$ e $x > 0$;
- os gráficos das funções f e g intersectam-se no ponto A, de abcissa 2 .

Qual é o valor de a ?

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Fonte: IAVE (2023), Prova Final 3.º Ciclo, 1.ª fase)